

Université Joseph Fourier, Grenoble – 2010/2011

Optique Ondulatoire – IUT1 Mesures Physiques

I. Réflexion et réfraction

2. Conditions aux limites

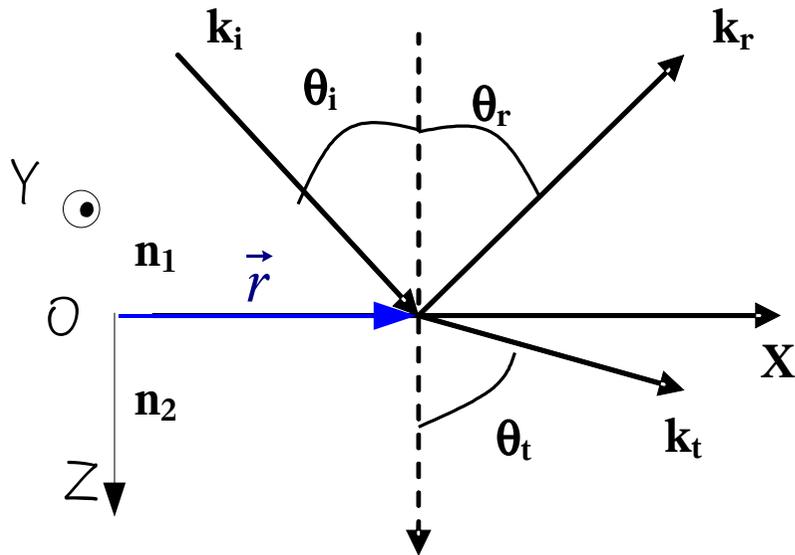
exercice : Montrer en utilisant le théorème de Gauss et la loi de Gauss pour le champ magnétique, que la composante normale du champ magnétique est continue à l'interface entre deux diélectriques amagnétiques. Astuce : considérer un cylindre droit qui chevauche l'interface.

Par des méthodes similaires, on peut montrer que :

$$\text{milieu 1 : } \mu_0 \quad \epsilon_1 \quad \vec{B}_1^\perp = \vec{B}_2^\perp \quad \epsilon_1 \vec{E}_1^\perp = \epsilon_2 \vec{E}_2^\perp \quad \Rightarrow n_1^2 \vec{E}_1^\perp = n_2^2 \vec{E}_2^\perp$$

$$\text{milieu 2 : } \mu_0 \quad \epsilon_2 \quad \vec{B}_1^\parallel = \vec{B}_2^\parallel \quad \vec{E}_1^\parallel = \vec{E}_2^\parallel$$

3. Réfraction : lois de Snell - Descartes :



À un instant t , le faisceau - supposé être une onde plane - entre en contact avec l'interface

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{oi} e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} \quad \vec{E}_r = \vec{E}_{or} e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r t)}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{ot} e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t t)}$$

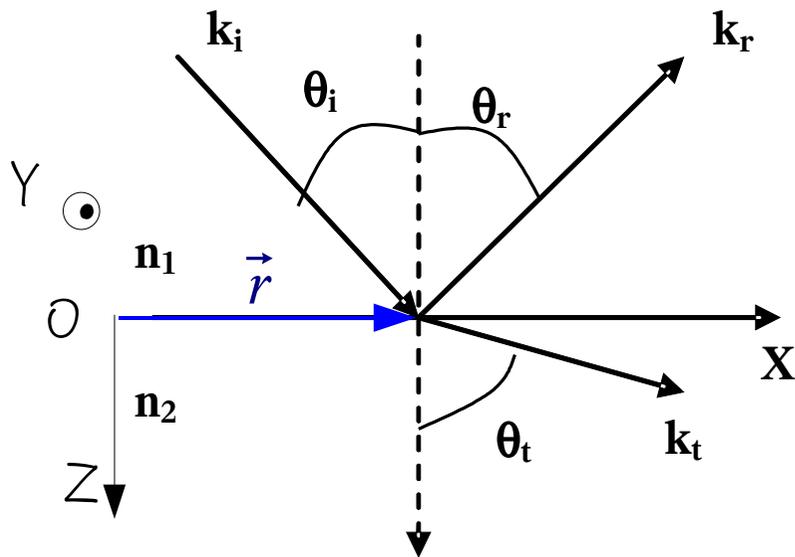
Du côté 1 de l'interface on a : $\vec{E}_i + \vec{E}_r$

Du côté 2 de l'interface on a : \vec{E}_t

La continuité de la composante tangentielle du champ électrique conduit à écrire :

$$\vec{E}_i^{\parallel} + \vec{E}_r^{\parallel} = \vec{E}_t^{\parallel}$$

3. Réfraction : lois de Snell - Descartes :



$$\vec{E}_i^{\parallel} + \vec{E}_r^{\parallel} = \vec{E}_t^{\parallel}$$

$$\vec{E}_{oi}^{\parallel} e^{i(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t)} + \vec{E}_{or}^{\parallel} e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega_r t)} = \vec{E}_{ot}^{\parallel} e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega_t t)}$$

Ceci doit être vrai quel que soit t , donc : $\omega_i = \omega_r = \omega_t$, les ondes incidente, réfléchie et transmise ont la même pulsation, donc la même fréquence.

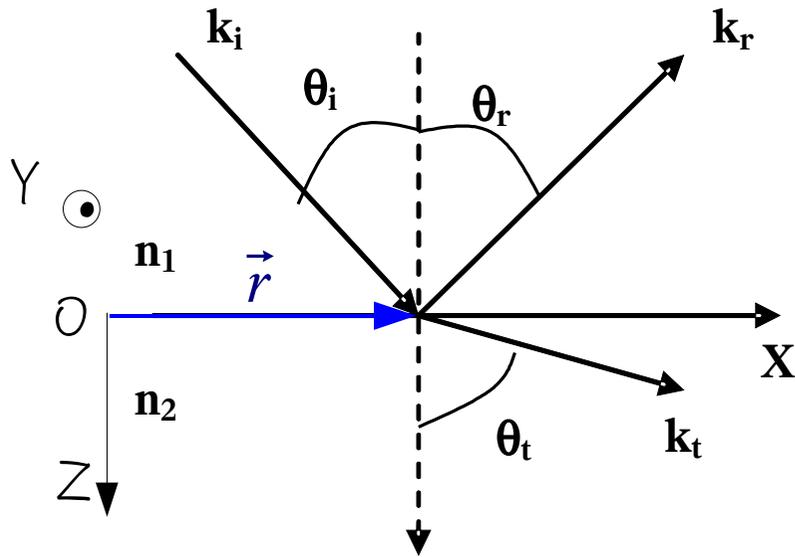
La continuité de la composante tangentielle du champ électrique conduit aussi à imposer la continuité de la phase, c'est-à-dire :

$$\vec{k}_t \cdot \vec{r} = \vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r} \quad \text{où : } \vec{r} \text{ est le vecteur position d'un point quelconque de l'interface.}$$

Ces conditions impliquent que : $\vec{k}_t, \vec{k}_i, \vec{k}_r$ sont tous trois situés dans le plan d'incidence formé par le vecteur d'onde incident et la normale à l'interface au point de contact.

$$(\vec{k}_i - \vec{k}_r) \cdot \vec{r} = 0$$

4. Réfraction : lois de Snell - Descartes :



$$\vec{k}_t \cdot \vec{r} = \vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{k}_r \cdot \vec{r}$$

$$\vec{r} = (X, 0, 0) \quad \vec{k} = (k_X, 0, k_Z)$$

$$k_{iX} = k_{rX} = k_{tX} \Rightarrow k_i \sin \theta_i = k_r \sin \theta_r = k_t \sin \theta_t$$

rappel : $k = n \frac{\omega}{c} \Rightarrow k_r = k_i$

$$\theta_r = \theta_i$$

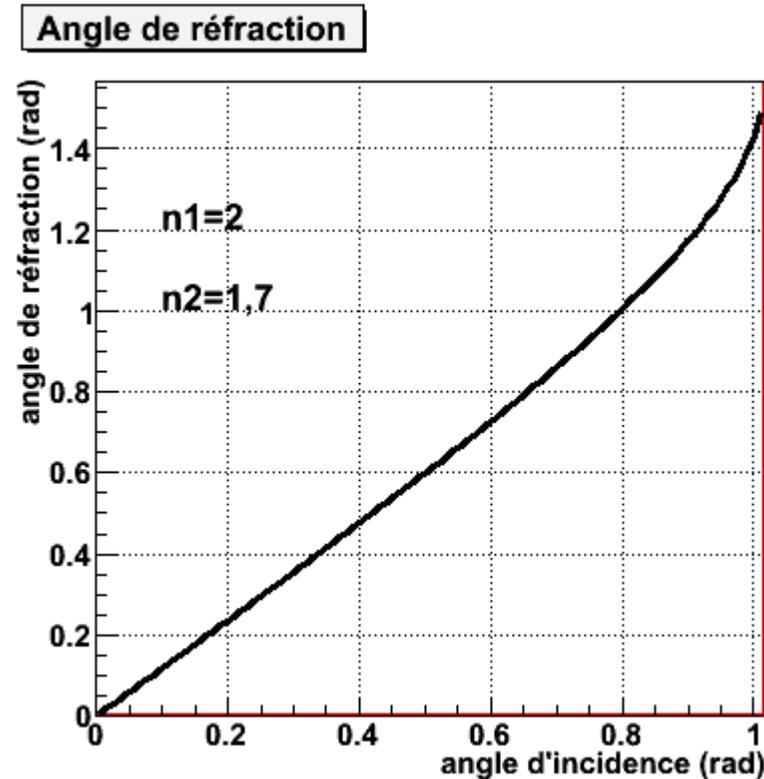
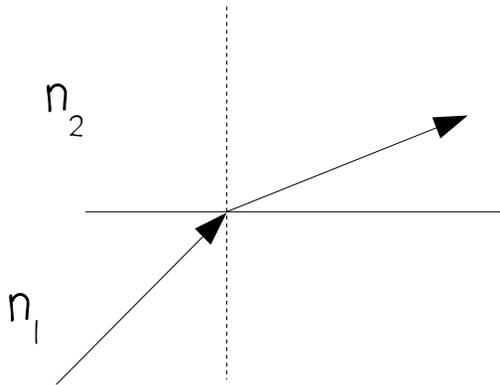
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Willebrord Snell van Royen (1591-1626) a découvert ces lois expérimentalement.

René Descartes (1596-1650) les a déduites théoriquement.

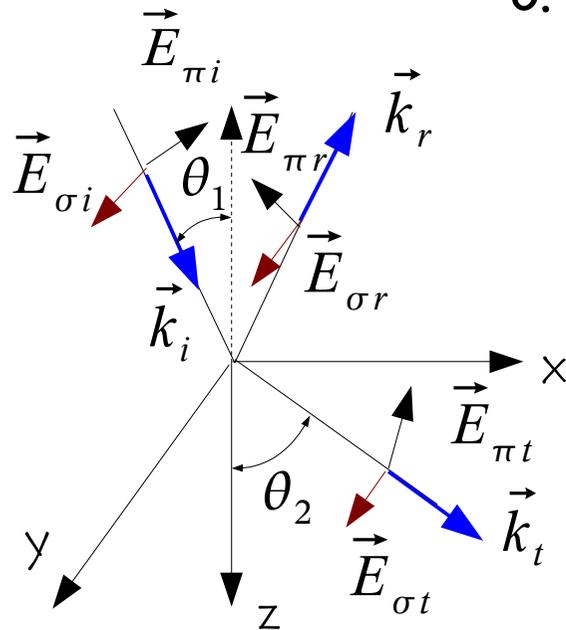
5. Réfraction : lois de Snell - Descartes :

EXO : Soit un faisceau incident se propageant dans un matériau d'indice $n_1=2$ qui franchit une interface plane avec un matériau d'indice $n_2=1,7$. Exprimer l'angle de transmission du rayon optique incident en fonction des indices et de l'angle d'incidence. Tracer cette courbe en fonction des angles d'incidence, pour $0 < \theta_1 < \pi/2$



Si $n_1 > n_2$, au-delà de l'angle limite $\arcsin(n_2/n_1)$, il n'y a plus de rayon transmis, la réflexion est totale. Cette propriété est utilisée dans la transmission de signaux lumineux par fibres optiques.

6. Coefficients de Fresnel

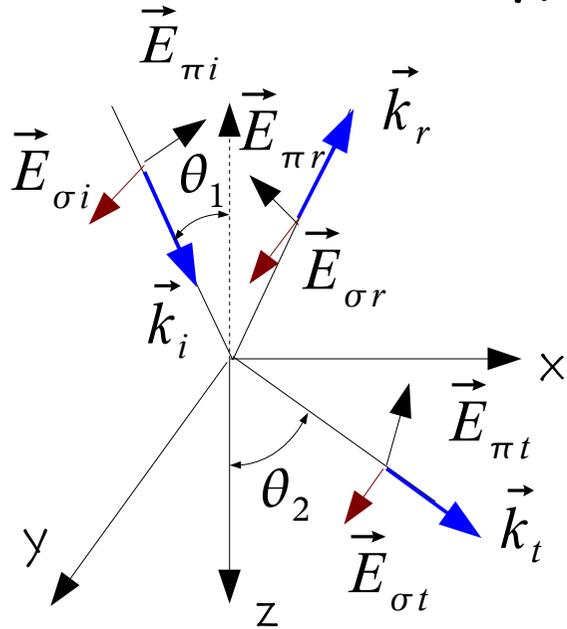


Ils expriment les rapports des amplitudes des champs électriques réfléchis et transmis sur l'amplitude du champ incident.

On distingue deux modes :

- mode π , la polarisation rectiligne de l'onde est comprise dans le plan d'incidence de l'onde
- mode σ , la polarisation rectiligne est perpendiculaire au plan d'incidence de l'onde.

7. Coefficients de Fresnel



Onde incidente :

$$\vec{k}_i = k_i (\sin \theta_1 \vec{e}_1 + \cos \theta_1 \vec{e}_3)$$

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{\pi i} + \vec{E}_{\sigma i} = E_{\pi i} (\cos \theta_1 \vec{e}_1 - \sin \theta_1 \vec{e}_3) + E_{\sigma i} \vec{e}_2$$

Onde réfléchie :

$$\vec{k}_r = k_i (\sin \theta_1 \vec{e}_1 - \cos \theta_1 \vec{e}_3)$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{\pi r} + \vec{E}_{\sigma r} = E_{\pi r} (-\cos \theta_1 \vec{e}_1 - \sin \theta_1 \vec{e}_3) + E_{\sigma r} \vec{e}_2$$

Onde réfractée :

$$\vec{k}_t = k_t (\sin \theta_2 \vec{e}_1 + \cos \theta_2 \vec{e}_3)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{\pi t} + \vec{E}_{\sigma t} = E_{\pi t} (\cos \theta_2 \vec{e}_1 - \sin \theta_2 \vec{e}_3) + E_{\sigma t} \vec{e}_2$$

7. Coefficients de Fresnel

Conditions de continuité à l'interface :

$$\epsilon_1 \vec{E}_1^\perp = \epsilon_2 \vec{E}_2^\perp \quad \vec{B}_1^\parallel = \vec{B}_2^\parallel \quad \vec{E}_1^\parallel = \vec{E}_2^\parallel$$

$$\epsilon_1 \vec{E}_1^\perp = \epsilon_2 \vec{E}_2^\perp \Rightarrow \epsilon_1 \sin \theta_1 (E_{\pi i} + E_{\pi r}) = \epsilon_2 \sin \theta_2 E_{\pi t} \quad (1)$$

$$\vec{B}_1^\parallel = \vec{B}_2^\parallel \Rightarrow \sqrt{\epsilon_1} \cos \theta_1 (E_{\sigma i} - E_{\sigma r}) = \sqrt{\epsilon_2} \cos \theta_2 E_{\sigma t} \quad (2)$$

Rappel : $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{v k} \times \vec{E} = \sqrt{\epsilon \cdot \mu_0} \frac{\vec{k}}{k} \times \vec{E}$

$$\vec{E}_1^\parallel = \vec{E}_2^\parallel \Rightarrow E_{\sigma i} + E_{\sigma r} = E_{\sigma t} \quad (3)$$

$$\cos \theta_1 (E_{\pi i} - E_{\pi r}) = \cos \theta_2 E_{\pi t} \quad (4)$$

8. Coefficients de Fresnel

t : coef. de transmission , r : coef. de réflexion

Mode σ :

$$(2) \ \& \ (3) \Rightarrow t_{\sigma} = \frac{E_{\sigma t}}{E_{\sigma i}} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$r_{\sigma} = \frac{E_{\sigma r}}{E_{\sigma i}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)} = \frac{-\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

Mode π :

$$(1) \ \& \ (4) \Rightarrow t_{\pi} = \frac{E_{\pi t}}{E_{\pi i}} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} = \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$r_{\pi} = \frac{E_{\pi r}}{E_{\pi i}} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

exo: Montrer que : $t_{\pi}^{12} t_{\pi}^{21} = 1 - (r_{\pi}^{12})^2$ et $t_{\sigma}^{12} t_{\sigma}^{21} = 1 - (r_{\sigma}^{12})^2$, l'exposant l2 signifiant de l vers 2.

9. Réflectivité et transmittivité

Le flux d'énergie transportée par l'onde est donné par la valeur moyenne du vecteur de Poynting :

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \epsilon \frac{c}{n} E_0^2 \cos \theta = \frac{1}{2} n c E_0^2 \cos \theta$$

$$R_\sigma = r_\sigma^2$$

$$R_\pi = r_\pi^2$$

R = réflectivité

$$T_\sigma = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_\sigma^2$$

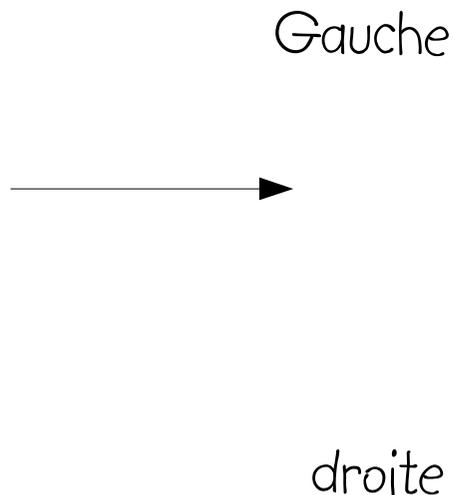
$$T_\pi = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} t_\pi^2$$

T = transmittivité

EXO : montrer que $R + T = 1$

EXO : Donner les expressions pour R et T à l'incidence normale et calculer R et T pour le verre ($n=1,5$).

10. Vidéo du passage d'une interface sous incidence normale

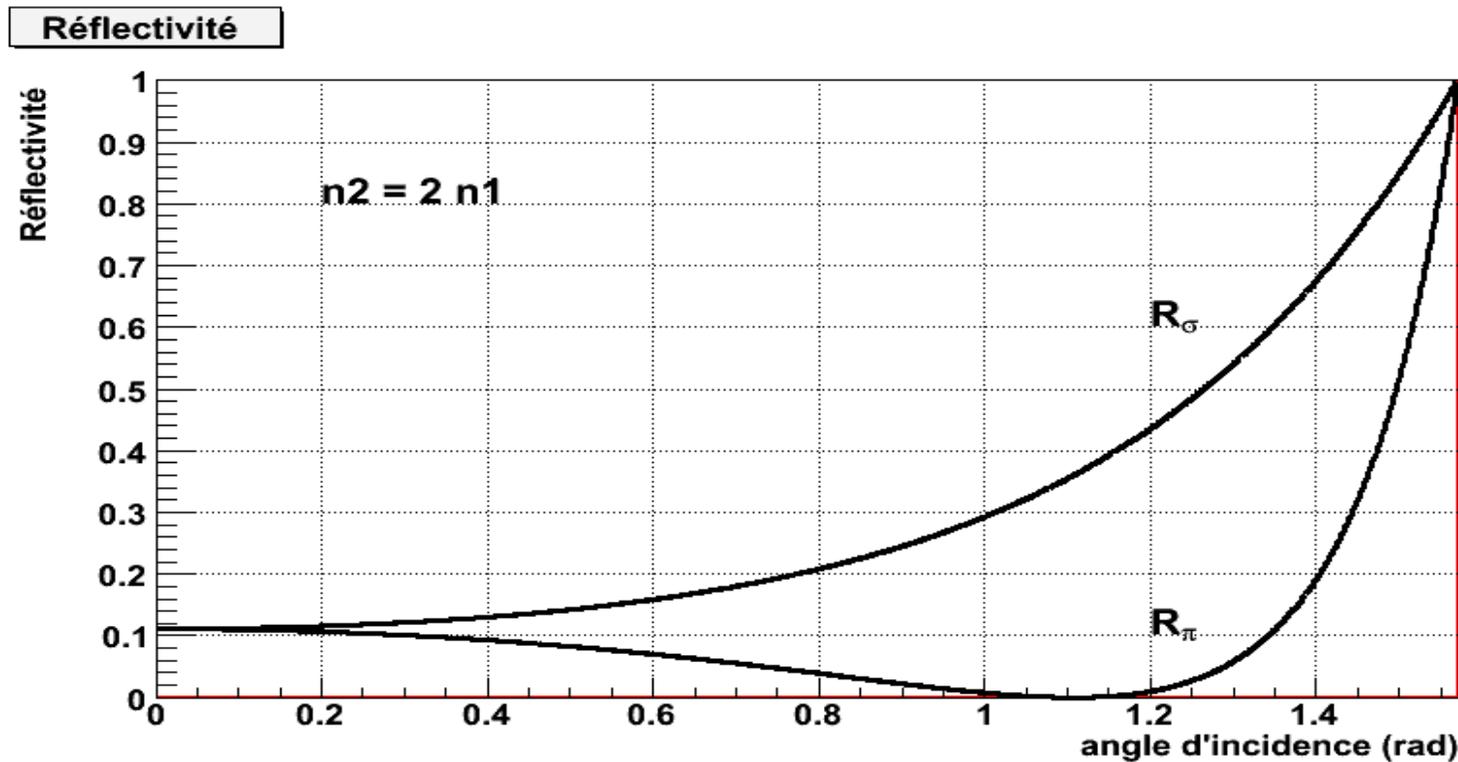


Observer que la longueur d'onde est plus courte après le passage de l'interface.

L'inversion de phase de l'onde réfléchie se comprend en notant que l'onde réfléchie est régressive. Les lobes incident, réfléchi et transmis restent dirigés vers la gauche d'un observateur qui regarde dans la direction de propagation des ondes.

II. Réflectivité et transmittivité

EXO : Utilisez les lois de Snell-Descartes, pour écrire les réflectivités en fonction de l'angle d'incidence uniquement. Tracer alors les courbes pour R_{π} et R_{σ} en fonction de l'angle d'incidence lorsque $n_2 = 2 n_1$.



12. Angle de Brewster

$$r_{\pi} = \frac{E_{\pi r}}{E_{\pi i}} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{(n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$r_{\sigma} = \frac{E_{\sigma r}}{E_{\sigma i}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)} = \frac{-\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\text{Pour : } \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2} \quad r_{\pi} = 0 = R_{\pi}$$

$$\theta_1 = \theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \text{angle de Brewster}$$

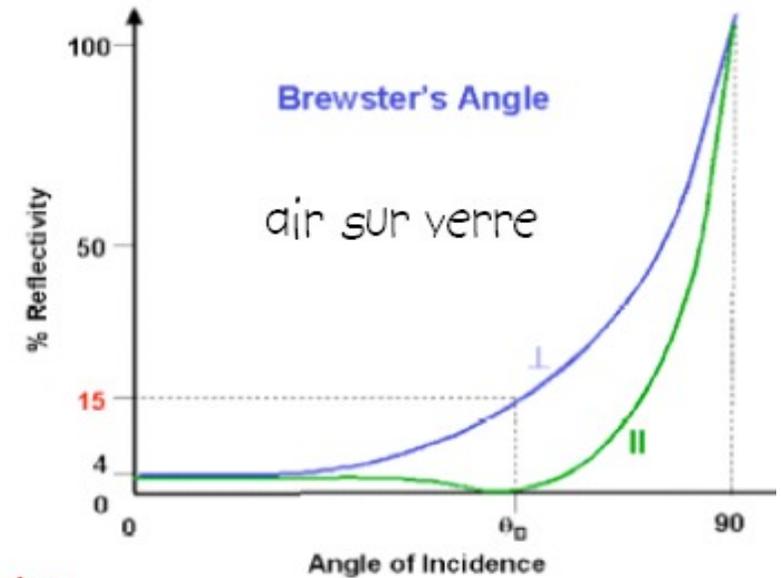
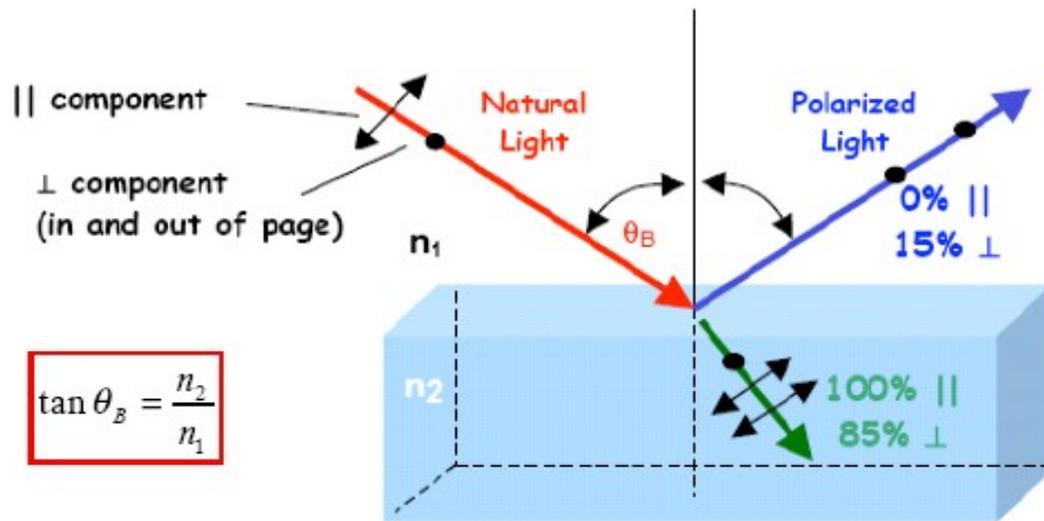
$$R_{\sigma}(\theta_B) = \sin^2(2\theta_B - \pi/2) = \cos^2(2\theta_B) = \left(\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + n_2^2}\right)^2$$

Sous l'incidence de Brewster, le rayon réfléchi possède une polarisation rectiligne qui est perpendiculaire au plan d'incidence.

On peut alors éliminer le rayon réfléchi en plaçant un filtre polarisant sur son parcours (utilisation en photo pour éliminer les reflets dans les vitrines).

12. Angle de Brewster

Air sur verre : $n_1 = 1$ et $n_2 = 1,5$



Mesure de $\theta_B \rightarrow$ Détermination de l'indice de réfraction du matériau

I2. Déphasage

Lors d'un passage d'un milieu à un autre, non seulement les amplitudes des champs sont modifiées par les coefficients de Fresnel que nous avons vus, mais des contributions à la phase de l'onde peuvent également apparaître.

L'onde transmise est toujours en phase avec l'onde incidente.

L'onde réfléchie est en opposition de phase avec l'onde incidente si $n_1 < n_2$.

Elle est en phase si $n_1 > n_2$ lorsque l'incidence est inférieure à l'angle limite.

Pour la réflexion totale, les choses sont un peu plus complexes :

Il y a réflexion totale si $n_1 > n_2$.

Au delà de l'angle limite : $\theta_L = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 > 1$ On doit alors passer en trigonométrie complexe !

$$\cos(a+ib) = \cos(a)ch(b) - i \sin(a)sh(b) \qquad \sin(a+ib) = \sin(a)ch(b) + i \cos(a)sh(b)$$

13. Déphasage

$$\cos(a+ib) = \cos(a) \operatorname{ch}(b) - i \sin(a) \operatorname{sh}(b)$$

$$\sin(a+ib) = \sin(a) \operatorname{ch}(b) + i \cos(a) \operatorname{sh}(b)$$

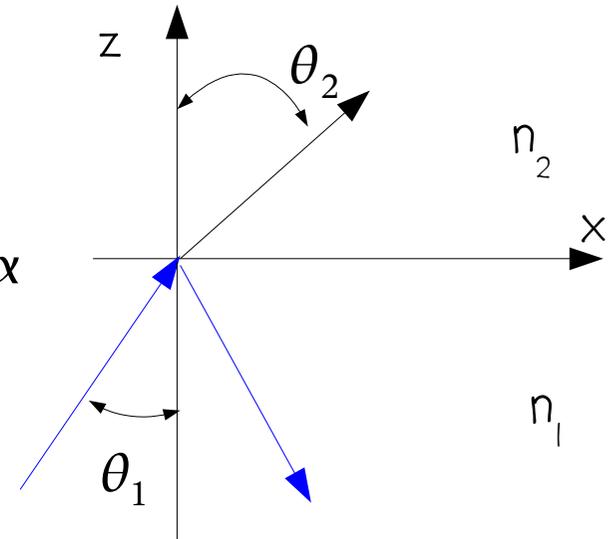
exo : Montrer que :

$$\cos^2(a+ib) + \sin^2(a+ib) = 1$$

$$\sin(a+ib) > 1 \Rightarrow a = \frac{\pi}{2} \quad \& \quad b > 0$$

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_L}\right)^2} = i \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_L}\right)^2 - 1} = i \alpha$$

$$\sin \theta_2 = \sqrt{1 + \alpha^2} \quad \theta_1 > \theta_L$$



Que devient alors la phase de l'onde transmise :

$$e^{i(\vec{k}_t \cdot \vec{r} - \omega t)} = e^{i((k_t x \sin \theta_2 + k_t z \cos \theta_2) - \omega t)} = e^{i(k_t x \sqrt{1 + \alpha^2} - \omega t)} e^{-k_t \alpha z}$$

Onde se propageant le long de (0,x) .

Onde évanescente qui décroît très rapidement en z

14. Déphasage

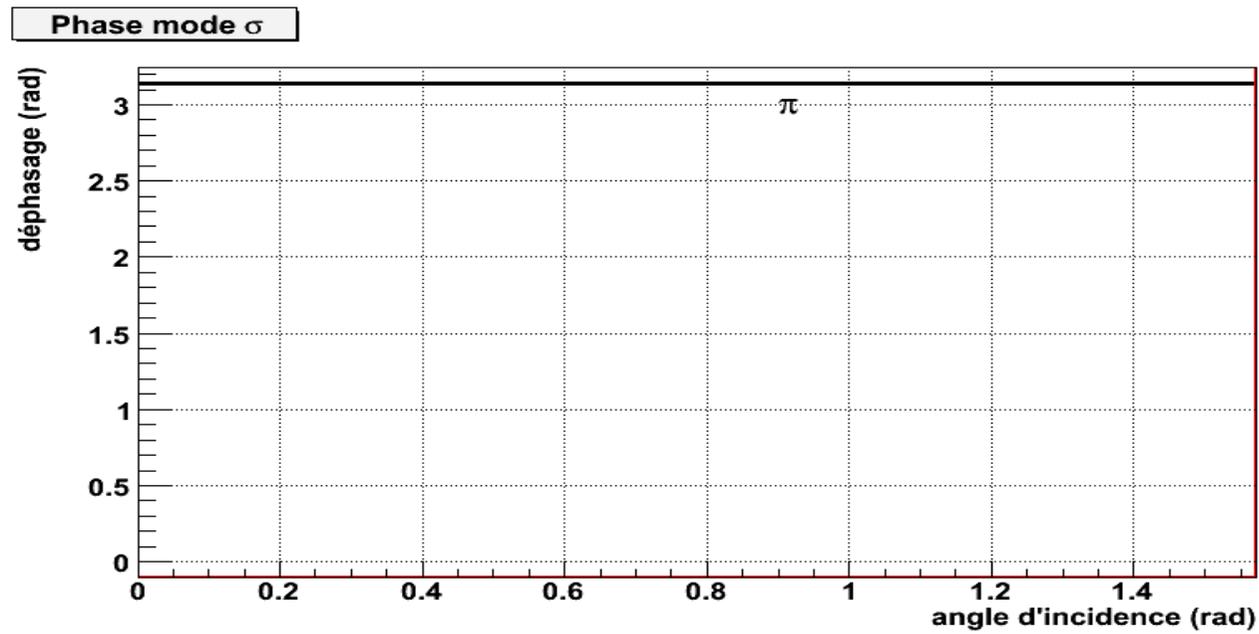
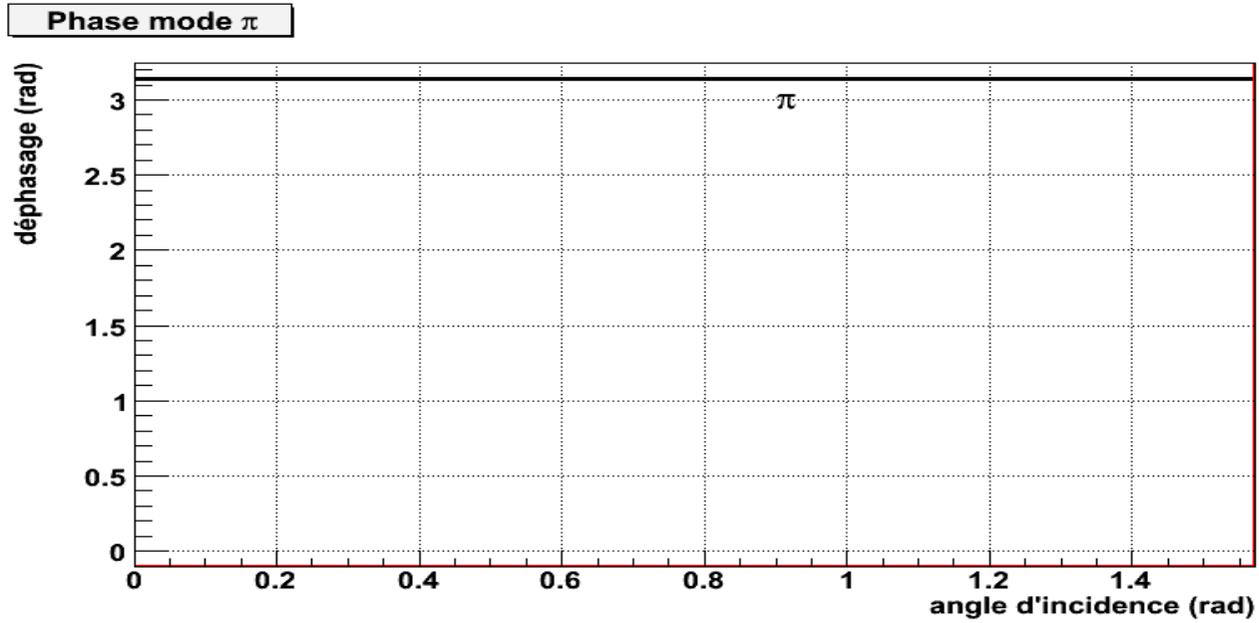
$$\begin{aligned} r_{\sigma} &= \frac{E_{\sigma r}}{E_{\sigma i}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{(n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)} = \frac{\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_2}{\sin \theta_2 \cos \theta_1 + \sin \theta_1 \cos \theta_2} \\ &= \frac{\sqrt{1 + \alpha^2} \cos \theta_1 - i \sin \theta_1 \alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2} \cos \theta_1 + i \sin \theta_1 \alpha} = \frac{(a + i b)}{(a - i b)} = e^{i 2\Phi} \end{aligned}$$

On observe un déphasage $\delta = 2\Phi$ entre l'onde réfléchie et l'onde incidente.

$$\tan\left(\frac{\delta_{\sigma}}{2}\right) = \frac{b}{a} = \frac{-\sin \theta_1 \alpha}{\sqrt{1 + \alpha^2} \cos \theta_1} \quad \text{pour le mode } \sigma$$

$$\tan\left(\frac{\delta_{\pi}}{2}\right) = \frac{-\alpha \sqrt{1 + \alpha^2}}{\sin \theta_1 \cos \theta_1} \quad \text{pour le mode } \pi$$

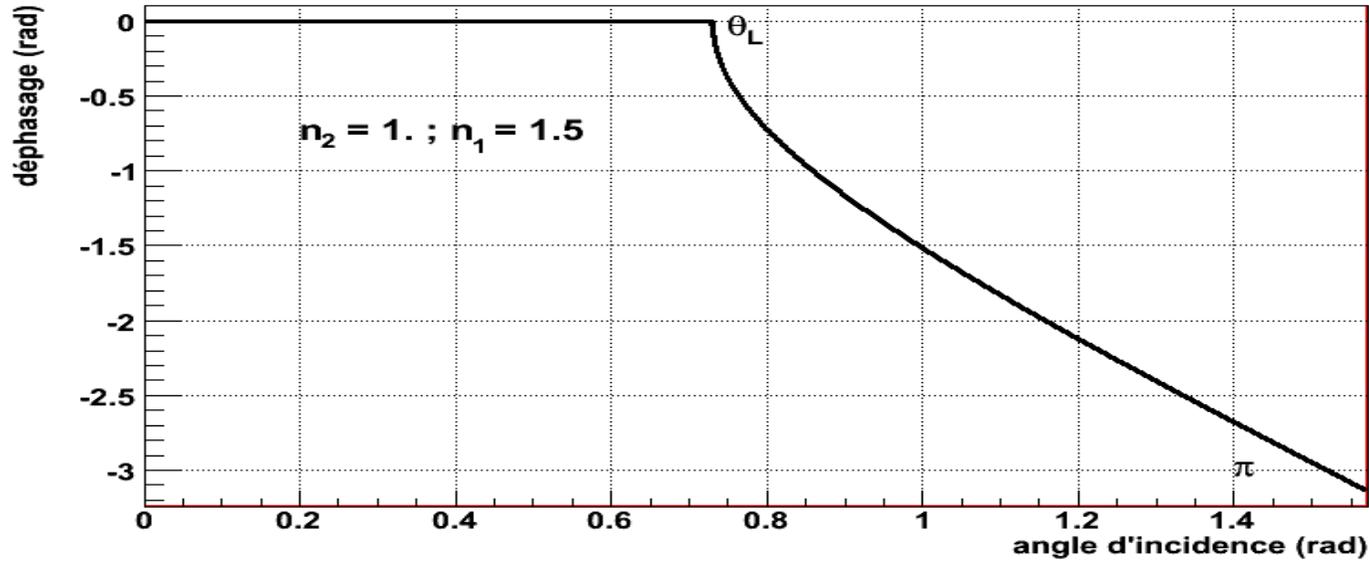
14. Déphasage



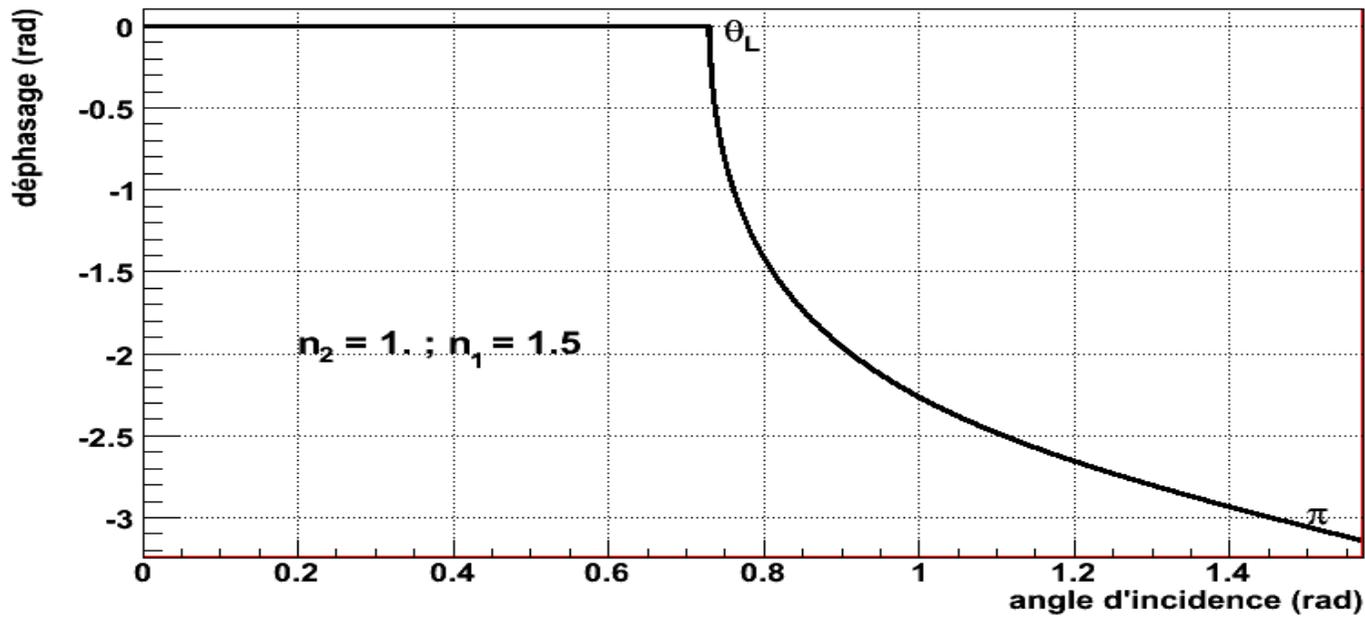
$$n_2 > n_1$$

15. Déphasage

Phase mode σ



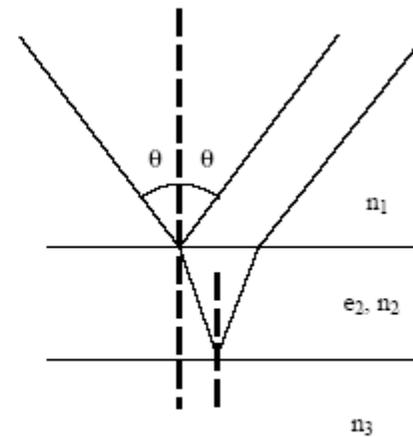
Phase mode π



$$n_1 > n_2$$

II Réflectivité des couches minces

On considère une couche mince, d'épaisseur e_2 et d'indice de réfraction n_2 , placée entre un milieu d'indice n_1 et un milieu d'indice n_3 . Un faisceau lumineux de longueur d'onde $\lambda=633$ nm, polarisé dans le plan d'incidence arrive sur la première interface sous un angle d'incidence θ .



a) Indiquer la valeur de l'angle θ permettant d'avoir une intensité nulle pour le rayon réfléchi n°1.

b) Indiquer la valeur de l'angle θ permettant d'avoir une intensité nulle pour le rayon réfléchi n°2.

c) Exprimer en fonction de λ , n_2 , e_2 et de l'angle de réfraction θ_2 , le déphasage $\Delta\phi$ entre les 2 rayons réfléchis.

d) Pour un angle quelconque, calculer l'intensité lumineuse réfléchie en tenant compte du faisceau réfléchi et du premier faisceau réfracté.

AN : $\theta=30^\circ$, $n_1=1$, $n_2=1.5$, $e_2=200$ nm, $n_3=1.2$

III Traitement antireflet des surfaces

Dans quelles conditions ($e_2=?$, $n_2=?$), le système optique de la figure ci dessus permet il de réaliser un traitement antireflet pour les rayons à l'incidence normale ($\theta=0$),

A.N : Dans le cas d'une paire de lunettes ($n_1=1$, $n_3=1.5$), déterminer l'épaisseur (e_2) et l'indice (n_2) du matériau formant la couche antireflet.

IV Spectre cannelé d'une couche mince

Une mince pellicule d'huile flotte à la surface de l'eau. On éclaire perpendiculairement cette surface à l'aide d'une lampe à incandescence émettant continûment dans le domaine de sensibilité de l'œil entre $\lambda = 0,4 \mu\text{m}$ et $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$. Un observateur placé quasiment à la verticale de la surface observe par réflexion le spectre de la lampe.

a) Donner l'expression de l'intensité réfléchie et représenter schématiquement son allure en fonction de la longueur d'onde pour $0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,8 \mu\text{m}$ en précisant les valeurs des minima. On notera I_1 l'intensité réfléchie par la première interface air-huile et I_2 l'intensité réfléchie par la deuxième interface huile-eau

b) Calculer l'épaisseur de la couche d'huile (en μm) lorsqu'on que le spectre de la lampe observé après réflexion présente des minima pour $\lambda_1= 417$ nm, $\lambda_2= 487$ nm, $\lambda_3= 584$ nm, $\lambda_4= 730$ nm. Peut-il y avoir une ambiguïté sur l'épaisseur de la couche d'huile?

30. Pour en savoir plus :

- Optique, Georges Bruhat , Masson
- Marie May et Anne-Marie Cazabat Optique , Dunod
- Le cours de physique de Feynman , Électromagnétisme I & 2
- Physique Générale , Alonso& Finn, Tome II
- Modern Optics, Robert Guenther, John Wiley & sons