

Université Joseph Fourier, Grenoble – 2010/2011

Optique Ondulatoire – IUT1 Mesures Physiques

I. Notions d'ondes lumineuses

2. Préambule historique

Les philosophes grecs pensaient déjà que la lumière était constituée de corpuscules émises par l'oeil ou les objets lumineux. Mais rien de quantitatif ni de constructif n'émergea de ces hypothèses.

Jusqu'au début du XIX^e siècle, la lumière fut conceptualisée dans un cadre corpusculaire établi par de grands noms de la science moderne : Descartes(1596-1650), Newton(1642-1727) ...

Mais d'autres hypothèses ondulatoires étaient déjà formulées par Hooke(1635-1703) et Huygens(1629-1695) pour tenter d'expliquer la pénombre, la diffraction... des phénomènes qui ne trouvaient pas d'explication dans le formalisme corpusculaire.

Il faudra attendre les travaux de Thomas Young(1773-1829) au début du XIX^e siècle pour mettre la théorie ondulatoire en piste . Les dernières objections à cette théorie furent dissipées par Fresnel(1788-1827).

3. Préambule historique

Il restait à déterminer le type de ces ondes. Là encore, Young eut l'intuition qu'il s'agissait de vibrations transversales. Fresnel qui s'était rallié à cette idée en fit une théorie mécanique d'ondes se déplaçant dans un fluide dénommé l'éther.

Faraday(1791-1867) puis Maxwell(1831-1879) établirent le lien entre l'électromagnétisme et la lumière. Dès lors la lumière fut perçue comme une onde électromagnétique qui se déplace dans l'éther avec une vitesse $c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ qui ne dépend pas de la vitesse de la source lumineuse.

Hertz confirma la prédiction de Maxwell en 1888 en observant des ondes électromagnétiques à de grandes longueurs d'onde.

Tout était alors presque parfait, sauf pour deux effets qui résistaient encore : l'effet photoélectrique et la constance de la vitesse de la lumière, laquelle ne pouvait s'expliquer dans le cadre de la mécanique newtonienne.

4. Préambule historique

Coup de théâtre, en 1905, Einstein revient à une nature corpusculaire de la lumière pour expliquer l'effet photoélectrique et révisé la mécanique newtonienne pour les grandes vitesses : relativité restreinte. L'éther disparaît du cadre théorique et la lumière se meut à une vitesse constante qui ne dépend que des caractéristiques du milieu dans lequel elle se déplace. La mécanique, l'optique et l'électromagnétisme sont réconciliés.

Planck(1858-1947) puis Einstein(1879-1954) amorcent le virage vers la théorie des quanta - corpusculaires et ondulatoires - en supposant que chaque corpuscule de lumière porte une quantité bien définie d'énergie, qui se calcule par la célèbre formule : $E = h \nu$ où $h=6,626 \cdot 10^{-34}$ J.s est la constante de Planck et ν est la fréquence de cette lumière.

La lumière est aujourd'hui modélisée comme étant à la fois ondulatoire (échelle macroscopique) et corpusculaire (échelle microscopique). Puisque l'on peut produire des figures d'interférences (caractéristique ondulatoire) à l'aide d'une source de photons uniques (caractéristique corpusculaire), la lumière est vraiment à la fois ondulatoire et corpusculaire.

5. Analyse vectorielle

opérateur vectoriel de dérivation :

$$\vec{\nabla}() = \frac{\partial ()}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial ()}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial ()}{\partial z} \vec{e}_z$$

Gradient d'une fonction ou d'un champ scalaire $f(x,y,z)$:

$$\vec{\text{grad}} f = \vec{\nabla}(f) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{e}_z$$

Divergence d'un champ vectoriel $\vec{V}(x, y, z)$

$$\text{div } \vec{V} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Laplacien d'un champ scalaire $f(x,y,z)$:

$$\text{div } \vec{\text{grad}} f = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} f = \vec{\nabla}^2 f = \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

6. Analyse vectorielle

Rotationnel d'un champ vectoriel $\vec{V}(x, y, z)$

$$\text{rot } \vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \vec{e}_x + \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \vec{e}_y + \left(\frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \right) \vec{e}_z$$

Laplacien d'un champ vectoriel $\vec{V}(x, y, z)$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{V} = \Delta \vec{V} = \Delta V_x \vec{e}_x + \Delta V_y \vec{e}_y + \Delta V_z \vec{e}_z$$

exo : Montrer que : $\text{div rot } \vec{V} = 0$

7. Équations de Maxwell

(1) Loi de Gauss pour le champ électrique :

« Le flux de champ électrique à travers une surface fermée = charge intérieure / constante ». Les lignes de champ sortent de la source lorsque la charge ρ est positive ($\text{div}E > 0$), et se dirigent vers la source ($\text{div}E < 0$) lorsque la charge est négative.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

ρ est la densité volumique de charge
 ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide
 $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$

(2) Loi de Gauss pour le champ magnétique :

« Le flux de champ magnétique à travers une surface fermée = 0 ». Il n'existe pas de « source » de champ magnétique, pas de monopole magnétique.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \text{div } \vec{B} = 0$$

(3) Loi de Faraday-Henry :

« la circulation de champ électrique le long d'une courbe fermée s'oppose à la variation temporelle du flux de champ magnétique à travers la surface délimitée par cette courbe ». Si on fait passer un aimant à proximité d'une spire conductrice, l'augmentation du flux magnétique induit un champ électrique le long de la spire ; sa diminution aussi, mais l'effet va dans le sens inverse.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(4) Loi de Ampère-Maxwell :

« la circulation du champ magnétique le long d'une courbe fermée = courant passant à travers la surface délimitée par cette courbe + variation temporelle du flux de champ électrique à travers cette surface/constante ». Si un courant traverse un fil, on observe l'apparition d'un champ magnétique de symétrie circulaire autour de l'axe du fil.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}$$

\vec{j} est la densité surfacique de courant

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide

$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ SI}$ $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

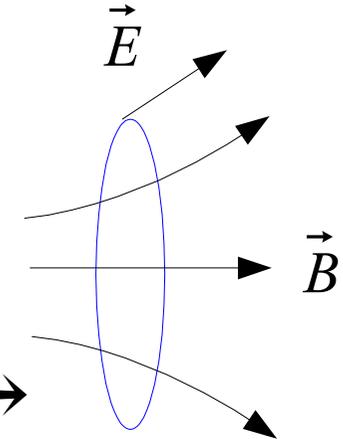
c est la vitesse d'une onde électromagnétique dans le vide

8. Exemples de phénomènes électromagnétiques :

Si on utilise la loi de Faraday-Henry et le théorème de Stokes:

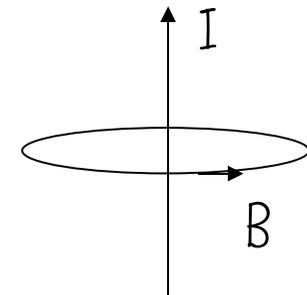
$$\iint \text{rot } \vec{E} \cdot \vec{n} dS = - \iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{n} dS = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

L'opposé de la variation temporelle du flux magnétique qui traverse une surface finie est égale à la circulation du champ électrique le long de la courbe qui délimite cette surface →
Principe des générateurs de courant.



Si on utilise la loi d'Ampère-Maxwell et le théorème de Stokes:

$$\iint \text{rot } \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \iint \underbrace{\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{= 0} \cdot \vec{n} dS + \iint \underbrace{\mu_0 \vec{j}}_{\mu_0 I} \cdot \vec{n} dS = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$$



Si un courant continu parcourt un fil, on observe l'apparition d'un champ magnétique de symétrie circulaire autour de l'axe du fil.

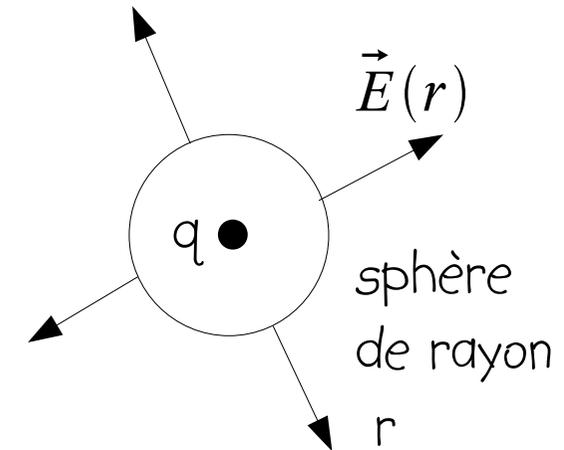
9. Exemples de phénomènes électromagnétiques :

Si on utilise le théorème de Gauss et la première loi de Maxwell :

$$\oiint \vec{E} \cdot \vec{n} dS = \iiint \operatorname{div} \vec{E} dV = \iiint \frac{\rho}{\epsilon_0} dV$$

$$E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Le champ électrique induit par une charge ponctuelle statique diminue comme le carré de la distance à cette charge.



Si on utilise le théorème de Gauss et la deuxième loi de Maxwell :

$$\oiint \vec{B} \cdot \vec{n} dS = \iiint \operatorname{div} \vec{B} dV = 0$$

Le flux magnétique calculé sur une surface fermée est toujours nul.

10. Ondes et équations d'ondes

En l'absence de charge et de courant, une variation temporelle du champ électrique engendre un champ magnétique variable en fonction du temps qui crée à son tour un champ électrique variable. On voit donc qu'une variation temporelle du champ électromagnétique peut se propager. C'est le phénomène des ondes électromagnétiques.

Dans une certaine gamme de longueur d'onde ($0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,8 \mu\text{m}$), ces ondes sont directement détectées par l'oeil humain : c'est ce que nous appelons la lumière. Notez que cette perception des ondes électromagnétiques n'est pas la même chez de nombreux animaux (le chat ne perçoit que le bleu et le jaune-vert, l'abeille perçoit l'ultra-violet proche).

Équations de propagation d'une onde : équations d'onde

Dans le vide en l'absence de charge et de courant, et en faisant usage de :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{F}) = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) - \vec{\nabla}^2 \vec{F} \quad \text{avec :} \quad \vec{\nabla}^2 \vec{F} = \vec{\nabla}^2 F_x \vec{e}_x + \vec{\nabla}^2 F_y \vec{e}_y + \vec{\nabla}^2 F_z \vec{e}_z$$

on peut montrer que les équations de Maxwell conduisent à : $\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$

qui sont les trois équations (une par dimension) de propagation de l'onde.

II. exercices :

1) Pour un champ à une dimension: $E = E_z$, prouver que $E_z = E_0 e^{i(kz - \omega t)}$ est solution de ces équations et trouver la relation qui lie k à ω .

2) Principe de superposition : montrer que si : \vec{E}_1 et \vec{E}_2 sont solutions de ces équations d'onde, alors : $\vec{E} = \alpha \vec{E}_1 + \beta \vec{E}_2$ est également solution de ces mêmes équations.

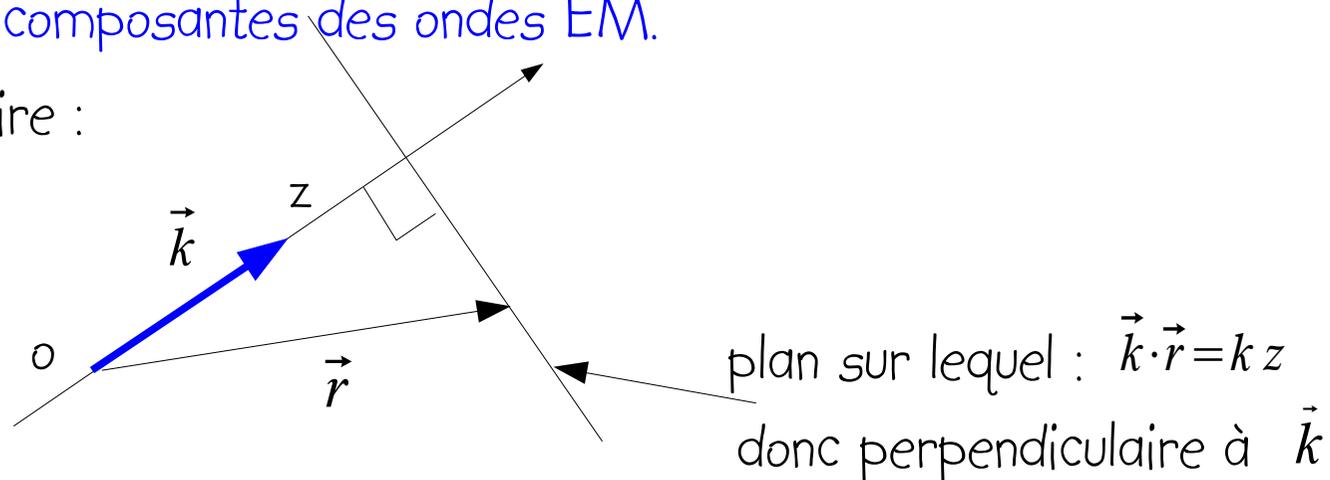
Que peut-on en déduire pour l'expression la plus générale d'une onde ?

12. Quelques types d'ondes élémentaires :

Nous commencerons par des ondes scalaires qui diffèrent des ondes électromagnétiques, mais dont les expressions sont utiles pour décrire l'évolution des composantes des ondes EM.

Il existe une infinité de solutions aux équations d'onde. Nous n'en étudierons que quelques cas élémentaires !

1) Onde plane scalaire :



$$E(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \text{avec : } k = \frac{\omega}{c} \text{ qui est le vecteur d'onde. } [k] = \text{m}^{-1}$$

ω est la pulsation qui est reliée à la fréquence par : $\omega = 2\pi\nu$ $[\omega] = \text{rad s}^{-1}$

cette onde se propage selon la direction du vecteur d'onde à la vitesse c , dans le sens positif.

$$E(\vec{r}, t) = E_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)} \quad \text{celle-ci se propage selon le sens négatif à la vitesse } c.$$

13. Quelques types d'ondes élémentaires :

2) Onde sphérique scalaire :

En coordonnées sphériques, pour un vecteur d'onde donné, une onde de ce type ne dépend que de r (la distance à l'origine) et de t .

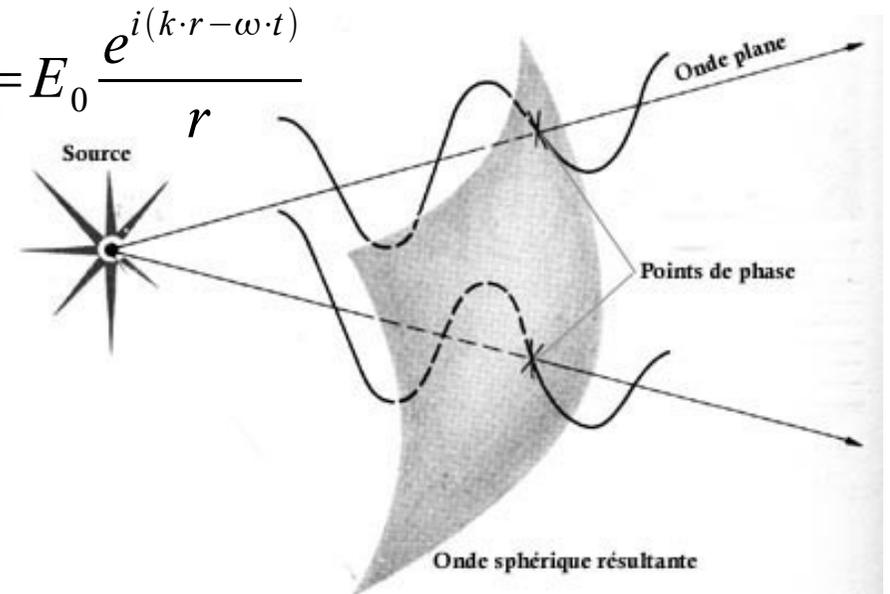
Cette onde est solution de l'équation :
$$\vec{\nabla}^2 E(r, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(r, t)}{\partial t^2} = 0$$

où :
$$\vec{\nabla}^2 E(r, t) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r E(r, t))}{\partial r^2}$$
 (laplacien en coordonnées sphériques lorsque E ne dépend que de r et de t)

Une solution de cette équation est :
$$E(r, t) = E_0 \frac{e^{i(k \cdot r - \omega \cdot t)}}{r}$$

Cette onde est sortante ou divergente.

Si le signe dans l'argument de l'exponentielle est positif, l'onde est rentrante ou convergente.



14. Quelques types d'ondes élémentaires :

3) Onde électromagnétique vectorielle plane : c.-à-d. que l'on suppose que le champ EM ne dépend que d'une seule variable d'espace - celle selon laquelle l'onde se propage.

On suppose alors que l'onde se propage selon z . Mais on doit satisfaire :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = \frac{\partial E_z}{\partial z} \quad \text{donc : } E_z = \text{cte} \quad \text{qui ne varie pas non plus en fonction du temps (sinon le champ magnétique aurait une variation en fonction de } x \text{ et } y)$$

On choisira de fixer cette constante à 0 car on ne s'intéresse qu'au caractère ondulatoire - donc variant en fonction de t .

exo : en utilisant la loi de Ampère-Maxwell, montrer que E_z ne peut pas dépendre du temps pour une onde plane

Le vecteur champ électrique d'une onde EM plane qui se propage dans le vide est donc toujours perpendiculaire à la direction de son déplacement.

15. Quelques types d'ondes élémentaires :

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{pour un vecteur d'onde } k \text{ donné}$$

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t) \vec{e}_x + E_y(z, t) \vec{e}_y$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = 0$$

On peut montrer qu'une solution à ces équations est :

$$E_x(z, t) = E_{ox} e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \quad \text{et} \quad E_y(z, t) = E_{oy} e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Le champ magnétique est solution d'équations d'onde du même type que celles du champ électrique.

$$\text{Donc : } \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -i \omega \vec{B} \quad \text{exercice : Montrer que } \vec{\nabla} \times \vec{E} = i \vec{k} \times \vec{E}$$

16. Quelques types d'ondes élémentaires :

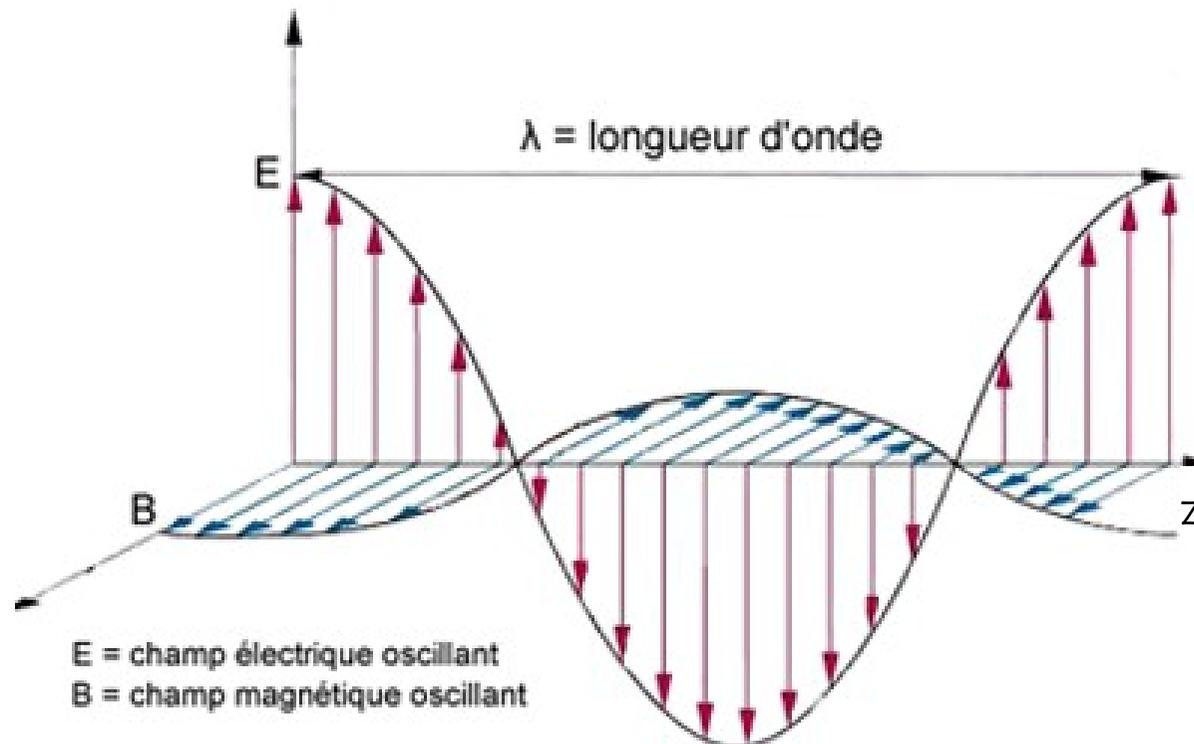
$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i \vec{k} \times \vec{E} = i \omega \vec{B}$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$$

Par ailleurs : $B = E/c$

car $k = \omega/c$

Le champ magnétique est perpendiculaire au champ électrique et à la direction de propagation de l'onde. Il est donc contenu dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation.



Dans ce graphique, ne sont représentées que les parties réelles des champs électriques et magnétiques.

Rappel sur la formule d'Euler :

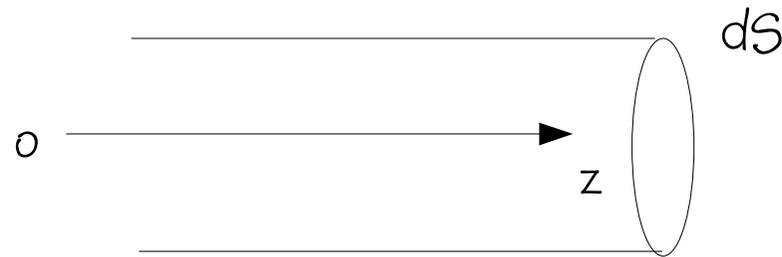
$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

17. Intensité d'une onde :

On appelle intensité d'une onde la puissance que celle-ci transporte par unité de surface perpendiculaire au sens de son déplacement. On devrait plutôt l'appeler irradiance ou émittance si on voulait utiliser les grandeurs de la radiométrie.

Dans le vide, les densités volumiques d'énergies électrique et magnétique sont données par les formules :

$$\rho_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 \quad \rho_M = \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad \rho_T = \rho_E + \rho_M$$



L'énergie qui franchit la surface dS pendant le temps dt est donnée par :

$$dW = \rho_T c dS dt$$

l'intensité instantanée de l'onde est alors :

$$I(t) = \frac{dW}{dt dS} = \rho_T c = \frac{c}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) = \frac{c}{2} \left(\epsilon_0 E^2 + \frac{E^2}{c^2 \mu_0} \right) = c \epsilon_0 E^2(t)$$

18. Intensité d'une onde :

L'intensité moyenne est obtenue en prenant la moyenne de I sur une période :

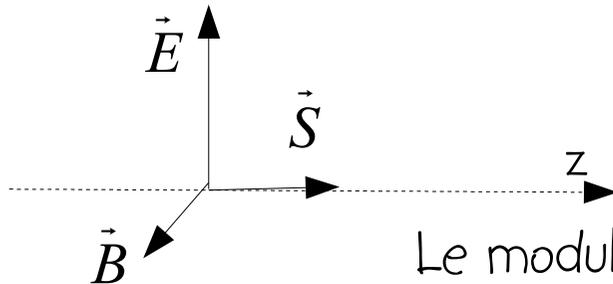
$$\langle I \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T I(t) dt = \frac{c \epsilon_0 E_0^2}{T} \int_0^T \cos^2(kz - \omega t) dt = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2$$

rappel : on ne prend que la partie réelle du champ

Le vecteur de Poynting est défini par :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B}$$

\vec{S} a la même direction et le même sens que l'axe de propagation de l'onde.



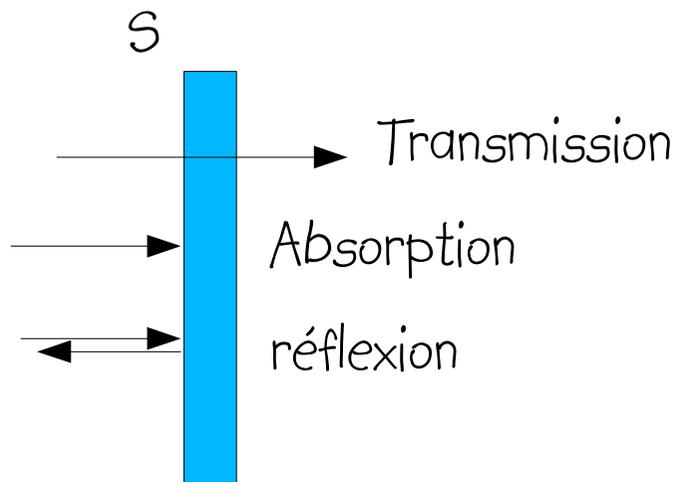
$$S(t) = \epsilon_0 c E^2 = I(t)$$

Le module du vecteur de Poynting exprime donc l'énergie transportée par une onde EM par unité de surface et par unité de temps.

19. Pression de radiation :

Un photon est également une corpuscule qui porte une quantité de mouvement calculée par $p = E/c = hv/c$

Lorsqu'un photon entre en collision avec une surface matérielle, il peut la traverser, être absorbé ou être réfléchi.



Dans le premier cas, le corps matériel ne subit pas de variation de sa quantité de mouvement.

Dans le deuxième cas, la quantité de mouvement du corps matériel est augmentée de p .

Dans le troisième cas, elle est augmentée de $2 p$.

Pour distinguer ces trois cas, on introduit le coefficient r dont la valeur est comprise entre 0 et 2. 0 = transmission, 1 = absorption totale, 2 = réflexion totale.

20. Pression de radiation :

La force induite par la variation de la quantité de mouvement est alors :

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Pour une onde donnée dont l'intensité est I et qui frappe une surface S on obtient :

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{r}{c} \frac{dE}{dt} = r S \frac{I}{c}$$

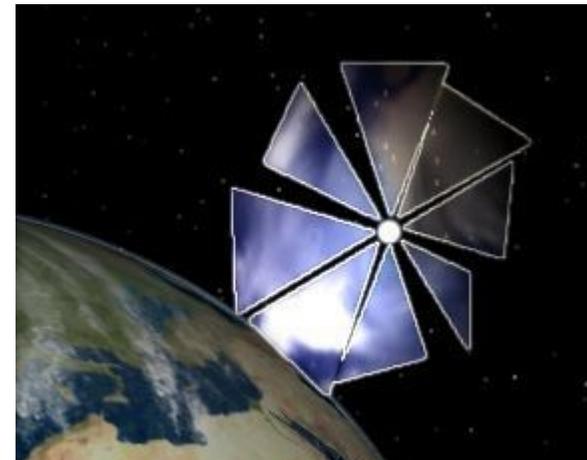
La surface S est alors soumise à une pression de radiation : $F/S = r I/c$

21. Pression de radiation :

EXO: Comparaison du laser He-Ne utilisé en TP avec le rayonnement du soleil à sa surface. Déterminer la surface A nécessaire à donner à un miroir de 1kg une accélération de 1m/s^2

Laser He-Ne	Soleil
Puissance de sortie $P = 2\text{mW}$ Longueur d'onde $\lambda = 632,8\text{ nm}$ Largeur spectrale $\Delta\lambda = 2.10^{-12}\text{ m}$. Section du faisceau: $e = 0,4\text{ mm}$	Caractérisé par la température de surface : $T = 6000\text{ K}$
Intensité du rayonnement, supposée uniformément répartie sur la section du faisceau : $I = P / \pi e^2$	Intensité de rayonnement (ou émittance totale) donnée par la loi de Stefan : $I = \sigma \cdot T^4$ avec ($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$)
Pression de radiation (F/A) : Surface nécessaire:	Pression de radiation (F/A): Surface nécessaire:

Exemple: Sonde COSMOS 1 (2005 mais perdue après le lancement): véhicule spatial de 110 Kilogrammes, doté de huit voiles solaires triangulaires qui une fois déployées, lui donnent un diamètre de 30 m, pour une surface totale d'environ 600 m². Les huit voiles sont faites de mylar, un polymère, très fin, très léger et très réfléchissant



22. Unités :

Savoir jongler avec les unités électromagnétiques et mécaniques .

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$[E] = \text{V/m} = \text{N/C}$$

$$[B] = \text{T} = [E/c] = \text{V.s/m}^2$$

$$[S] = [I] = \text{W/m}^2$$

$$F = \text{C/V}$$

$$V = \text{W/A} = \text{J/C}$$

$$H = \frac{\text{T}^2 \cdot \text{m}^4}{\text{J}} = \frac{\text{V}^2 \cdot \text{s}^2}{\text{J}} = \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1}$$

23. Ondes lumineuses dans milieu matériel :

1) Milieu amagnétique, linéaire, homogène, isotrope et transparent aux ondes lumineuses.

À un niveau macroscopique, on peut alors remplacer les équations de Maxwell par des équations effectives dans lesquelles : $\epsilon_0 \rightarrow \epsilon$ $c \rightarrow v$

v est la vitesse de l'onde dans le milieu matériel

ϵ est la permittivité diélectrique du milieu matériel

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \text{div } \vec{B} = 0 \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \text{rot } \vec{B} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \vec{j}$$

Avec : $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu_0}} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 / \epsilon}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{n}$

et : $n = \sqrt{\epsilon / \epsilon_0} = \sqrt{\epsilon_r}$ indice de réfraction du milieu avec $n \geq 1$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \quad k = \frac{\omega}{v} = n \frac{\omega}{c} \quad \lambda = v T = \frac{c}{n} T$$

Conclusion : dans un milieu matériel la vitesse d'une onde lumineuse et sa longueur d'onde diminuent en rapport inverse à son indice de réfraction

24. Ondes lumineuses dans un milieu matériel :

2) Milieu amagnétique, linéaire, homogène, isotrope mais **absorbant** :

Les choses se compliquent encore un peu plus mais pour ce qui nous concerne cela revient à prendre un indice optique complexe :

$$\tilde{n} = n + i\kappa$$

où : n est l'indice de réfraction de la lumière dans le milieu

κ est l'indice d'extinction de la lumière dans le milieu

Ces indices n'ont pas de dimension.

Alors le vecteur d'onde est également complexe :

$$\tilde{k} = \tilde{n} \frac{\omega}{c}$$

exponentielle décroissante

Onde progressive

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(\tilde{k} \cdot z - \omega \cdot t)} = \vec{E}_0 e^{i\left(\frac{\omega}{c}(n + i\kappa) \cdot z - \omega t\right)} = \vec{E}_0 e^{-\frac{\omega}{c} \kappa \cdot z} e^{i\left(\frac{\omega}{c} n \cdot z - \omega t\right)}$$

25. Polarisation :

Elle correspond à l'orientation du champ électrique vectoriel de l'onde.
Physiquement cette orientation peut avoir des effets observables :
orientation d'une antenne pour capter le signal électrique, élimination
de la lumière réfléchiée polarisée à l'aide de lunettes et de filtres,
écrans plats à cristaux liquides, projection 3D/relief ...

Pour une onde plane :

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t) \vec{e}_x + E_y(z, t) \vec{e}_y$$

$$E_x(z, t) = E_{ox} e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)}$$

$$E_y(z, t) = E_{oy} e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t + \delta)}$$

Terme de déphasage

exo : Montrer que E_y est une solution de l'équation d'onde

26. Polarisation :

À une position z_0 donnée - celle à laquelle l'observation se réalise - les coordonnées de l'extrémité du champ électrique sont données par :

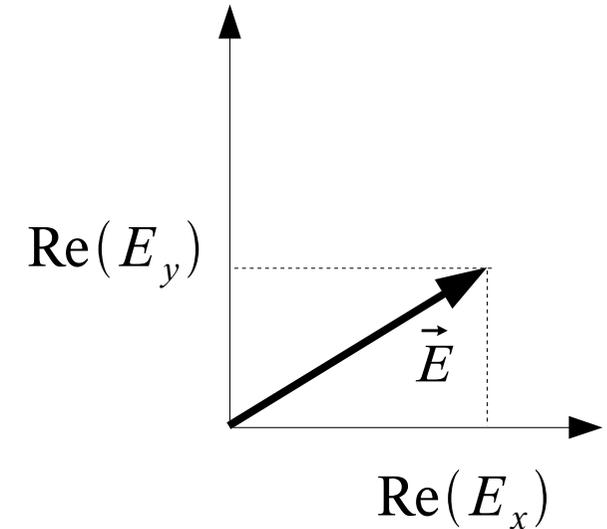
$$E_x(z_0, t) = E_{ox} \cos(k \cdot z_0 - \omega t)$$

$$E_y(z_0, t) = E_{oy} \cos(k \cdot z_0 - \omega t + \delta)$$

Si on pose $z_0 = 0$ on obtient alors :

$$E_x(0, t) = E_{ox} \cos(-\omega t)$$

$$E_y(0, t) = E_{oy} \cos(-\omega t + \delta)$$



27. Polarisation :

$$\delta = 0 \text{ ou } \pi$$

Polarisation linéaire ou rectiligne.

L'extrémité du champ oscille sur une droite de pente : E_{0y} / E_{0x}

$$\delta = \pi/2$$

$$\text{et } E_{0y} = E_{0x}$$

Polarisation circulaire dextrogyre (droite).

$$\delta = 3\pi/2$$

$$\text{et } E_{0y} = E_{0x}$$

Polarisation circulaire lévogyre (gauche).

Cas général :
polarisation
elliptique

28. Polarisation : vecteur de Jones

Permet d'exprimer une onde mono-chromatique de lumière polarisée

$$\vec{E} = e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \begin{bmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} e^{i\delta} \end{bmatrix} = \sqrt{E_{ox}^2 + E_{oy}^2} e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \begin{bmatrix} E_{ox} / \sqrt{E_{ox}^2 + E_{oy}^2} \\ E_{oy} e^{i\delta} / \sqrt{E_{ox}^2 + E_{oy}^2} \end{bmatrix} = E_o e^{i(k \cdot z - \omega \cdot t)} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

Avec : $a^2 + b^2 = 1$

 vecteur de Jones

L'effet d'un matériau polarisant (un polariseur) peut alors être décrit par une matrice A telle que :

Champ sortant $\rightarrow \vec{E}_s = A \vec{E}_i$ \leftarrow Champ entrant

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

exemples :

polariseur rectiligne horizontal (0,x) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

polariseur rectiligne vertical (0,y) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

polariseur rectiligne axe d'angle α par rapport à l'horizontale $\begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$

EXO: Trouver l'expression du champ après passage d'un polariseur à -45° d'un champ incident vertical.

Comparez avec $\alpha = +45^\circ$. Si on met en sortie un polariseur horizontal, trouver l'expression du champ résultant.

29. Pour en savoir plus :

- Optique, Georges Bruhat , Masson
- Marie May et Anne-Marie Cazabat Optique , Dunod
- Le cours de physique de Feynman , Électromagnétisme I
- Physique Générale , Tome II Champs & Ondes , Alonso & Finn
- Modern Optics, Robert Guenther, John Wiley & sons