

Masses et oscillations de neutrinos

Table des matières

1	Faits historiques :.....	2
2	Propriétés générales :.....	3
3	Mesure de l'hélicité du neutrino :.....	5
4	Masses de neutrinos :.....	7
4.1	Champs d'interaction faible et champs de masses définies :.....	7
4.2	Masses de neutrinos :.....	7
4.3	Neutrinos de Dirac ou de Majorana ?.....	10
4.4	Mécanisme du «see-saw» :.....	11
4.5	Mesure de la masse du neutrino électronique :	12
4.6	Mesure de la masse du neutrino muonique :.....	13
4.7	Mesure de la masse du neutrino taunique :.....	14
5	Oscillations de neutrinos :.....	15
5.1	Nature quantique des oscillations :.....	15
5.2	Description générale :	15
6	Pour en savoir plus :.....	17

1 Faits historiques :

- **1913** : Chadwick met en évidence par plusieurs expériences que les spectres bêta sont continus.
- **1927** : Ces expériences sont complétées par des mesures calorimétriques de l'énergie totale dans les désintégrations bêta, réalisées par Ellis, Wooster et Meitner, qui prouvent définitivement que l'énergie manquante ne peut pas provenir de pertes d'énergie des électrons lorsque ceux-ci se propagent dans la matière contenant la source radioactive.
- **1930** : Le noyau ne peut pas être constitué uniquement de protons et d'électrons, car le spin du noyau d'azote 14 ($Z=7$) est mesuré comme étant 1, ce qui est un état inaccessible pour un noyau qui serait constitué de 14 protons et 7 électrons (spin total demi-entier) .
- **1930** : Premier concept du neutrino proposé W. Pauli, alors appelé neutron et possédant une masse voisine de celle de l'électron, un spin 1/2 et un pouvoir de pénétration bien supérieur à celui du photon. Les <<neutrons>> seraient présents dans le noyau aux côtés des électrons et des protons. En nombre impair, ils permettraient d'expliquer le spin entier de l'azote 14. Ils seraient émis en même temps que les électrons dans les désintégrations bêta .
- **1932** : Découverte du neutron par Chadwick , le neutron que l'on connaît de nos jours ; beaucoup plus massif que le neutron imaginé par Pauli .
- **1932** : Fermi, à l'annonce de la découverte de Chadwick, renomme le neutron de Pauli neutrino pour le distinguer du neutron .
- **1933** : Première publication de Pauli sur le neutrino .
- **1933** : De l'analyse de la forme des spectres bêta, Fermi et Perrin infèrent que le neutrino pourrait être une particule sans masse .
- **1933** : première théorie de la désintégration bêta proposée par Fermi. Le neutrino est formellement modélisé comme une particule de masse nulle et de spin 1/2.
- **1934** : radioactivité bêta + découverte par I. et F. Joliot-Curie .
- **1937** : Majorana suggère que le neutrino pourrait être sa propre antiparticule .
- **1938** : capture électronique découverte par Alvarez.
- **1953** : démonstration par Dalitz que le θ et le τ décroissent dans des modes opposés de parité.
- **1953** : Le nombre leptonique est introduit par Kanopinski et Mahmoud
- **1956** : Le neutrino (en fait $\bar{\nu}_e$) est détecté directement par Reines et Cowan auprès d'un réacteur nucléaire.
- **1956** : Lee et Young réfutent la conservation de la parité dans les interactions faibles
- **1957** : L'expérience sur le ^{60}Co par Wu confirme cette hypothèse géniale.
- **1957** : Pontecorvo suggère l'existence d'oscillations de neutrinos ($\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$) par analogie avec le système $K_0 - \bar{K}_0$
- **1957** : Goldhaber dans une expérience d'anthologie, montre que le neutrino est une particule d'hélicité gauche.
- **1958** : Théorie V-A établie par Feynman et Gell-Mann.

- **1959** : Davis montre expérimentalement que la réaction $\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ est impossible - Cela confirme la conservation du nombre leptonique .
- **1962** : Détection directe du neutrino muonique par Schwartz, Steinberger et Lederman . Autre confirmation de la conservation du nombre leptonique .
- **1962** : Maki, Nakagawa et Sakata introduisent les oscillations de neutrinos entre espèces : $\nu_e \Leftrightarrow \nu_\mu$
- **1968** : Premiers résultats de mesure par Davis du flux de neutrinos solaires indiquant un déficit : 1/3 du nombre de neutrinos attendus .
- **1973** : Découverte des courants neutres au CERN par A. Lagarrigue, P. Musset et A. Rousset.
- **1980** : Première expérience de recherche d'oscillations de neutrinos auprès d'une source terrestre (ILL Grenoble).
- **1987** : Détection d'une bouffée de neutrinos en provenance de SN1987A par les collaborations Kamiokande au Japon et IMB aux États Unis .
- **1989** : Le nombre de familles de leptons comprenant un neutrino de masse inférieure à 45 GeV est mesuré comme étant 3 au LEP.
- **1998** : Découverte des oscillations de neutrinos atmosphériques par la collaboration Super Kamiokande au Japon .
- **2000** : Détection directe du neutrino tau par la collaboration DONUT au Fermi Lab .
- **2001** : La collaboration SNO au Canada détecte la présence de neutrinos d'une espèce non-électronique dans le flux de neutrinos solaires, prouvant ainsi que les neutrinos solaires oscillent .
- **2002** : La collaboration KamLand au Japon prouve que le flux d'anti-neutrinos de réacteurs nucléaires est déficitaire en accord avec ce qui a été observé pour les neutrinos en provenance du soleil.

2 Propriétés générales :

Les neutrinos sont des particules sans sous structure connue, dépourvues de charge électrique et portant un spin 1/2. L'interaction faible (et dans une bien moindre mesure la gravité) est leur seule possibilité de communication avec le reste du monde . On peut résumer cela en disant que ce sont des leptons neutres . De ce fait, leurs sections efficaces de réaction sont en général minuscules , exemples :

$$\sigma(\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+) \approx \frac{(G \cos \theta_c)^2}{\pi} [1 + 3 (C_A/C_V)^2] E_\nu^2 \approx 9,1 \cdot 10^{-41} \left(\frac{E_\nu}{10 \text{ MeV}}\right)^2 \text{ cm}^2 \text{ pour } E_\nu \ll m_p,$$

dans laquelle $C_A/C_V = -1,2573 \pm 0,0028$;

diffusion inclusive sur un nucléon à haute énergie :

$$\sigma(\nu_l + N \rightarrow l + X) \approx 6,7 \cdot 10^{-39} E_\nu(\text{GeV}) \text{ cm}^2 \quad ; \quad \sigma(\bar{\nu}_l + N \rightarrow l^+ + X) \approx 3,4 \cdot 10^{-39} E_\nu(\text{GeV}) \text{ cm}^2$$

(pour $50 \text{ GeV} < E_\nu < 250 \text{ GeV}$).

Le libre parcours moyen d'un antineutrino électronique de 1 MeV se déplaçant dans de l'eau est d'environ une année lumière.

Du point de vue de l'interaction faible, il existe trois espèces de neutrinos (électronique, muonique et

taunique) qui ont maintenant toutes été détectées directement . La dernière d'entre-elles (le neutrino taunique) a été détectée très récemment par la collaboration DONUT au Fermi Lab (voir référence) . Dans certaines conditions (voir oscillations de neutrinos) , ces espèces peuvent se transformer de l'une en d'autres .

Après les photons, les neutrinos sont les particules les plus abondantes de l'univers. En moyenne, chaque cm^3 de notre univers contient environ 300 neutrinos reliques, provenant du big bang, en équilibre thermique à une température d'environ 2 K . De plus, le soleil, du simple fait que son énergie provient de réactions dues à l'interaction faible, est une immense source de neutrinos. Le flux de neutrinos solaires calculé à la surface de la terre est d'environ $6,4 \cdot 10^{10}$ neutrinos $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Même si nous savons maintenant de façon certaine, que les neutrinos sont des particules massives (voir chapitre sur les oscillations de neutrinos), la valeur de leur masse n'est pas connue . Elle varie probablement d'une espèce à l'autre . Elle serait comprise entre 10^6 eV et quelques eV selon l'espèce . La petitesse de cette valeur, en comparaison aux masses des leptons chargés, reste un mystère que seules quelques théories, qui dépassent le cadre du modèle standard actuel, permettent d'expliquer de façon satisfaisante .

L'immense majorité des neutrinos que nous connaissons sont des particules observables dans un état ultra-relativiste ($E > 1 \text{ MeV}$, $m < 10 \text{ eV}$) et sont créées par interaction faible en courants chargés chiraux

gauches : $(\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) \cdot W_\mu$, avec $\nu_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu$. Un courant chirale est un invariant de Lorentz mais

la chiralité n'est pas un observable et n'est donc pas mesurable. En revanche, l'hélicité (projection du spin sur la direction de propagation) est une quantité mesurable (car elle commute avec le hamiltonien libre d'une particule) qui n'est pas un invariant de Lorentz (pensez à l'énergie et à la quantité de mouvement qui sont des observables qui se modifient d'un repère inertiel à un autre). Un courant chirale gauche peut créer des particules dans deux états d'hélicité mais avec une probabilité de production d'hélicité droite qui décroît très rapidement lorsque l'énergie de ces particules est accrue. Les neutrinos que l'on observe habituellement sont des particules que l'on peut considérer comme étant produites dans un état d'hélicité définie, car la probabilité d'émission d'un neutrino d'hélicité positive dans un processus mettant en jeu des courants chiraux gauches est :

$$P(\nu(\Lambda=1)) = \frac{1}{1 + \left(\frac{E+m+p}{E+m-p}\right)^2}$$

$$P(\nu(\Lambda=1)) \approx \frac{1}{4} \left(\frac{m}{E}\right)^2 \quad \text{si } m \ll p \quad , \text{ c'est-à-dire si le neutrino est ultra-relativiste .}$$

Ceci peut ne plus être vrai pour les neutrinos reliques qui, à une température de 2 K (0,5 meV) , pourraient être observés dans un état non-relativiste , pour lequel $p \ll m$. On aurait alors :

$$P(\nu(\Lambda=1)) = \frac{1}{2}$$

Cependant, leur section efficace d'interaction est ultra minuscule :

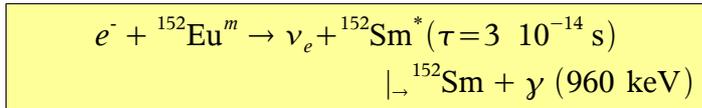
$$\sigma(\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-) \sim 10^{-54} \text{ cm}^2 \quad \text{pour } E_\nu = 0,5 \text{ meV} ,$$

et actuellement leur détection reste techniquement inaccessible (un formidable enjeu scientifique pour le XXI^{ème} siècle !).

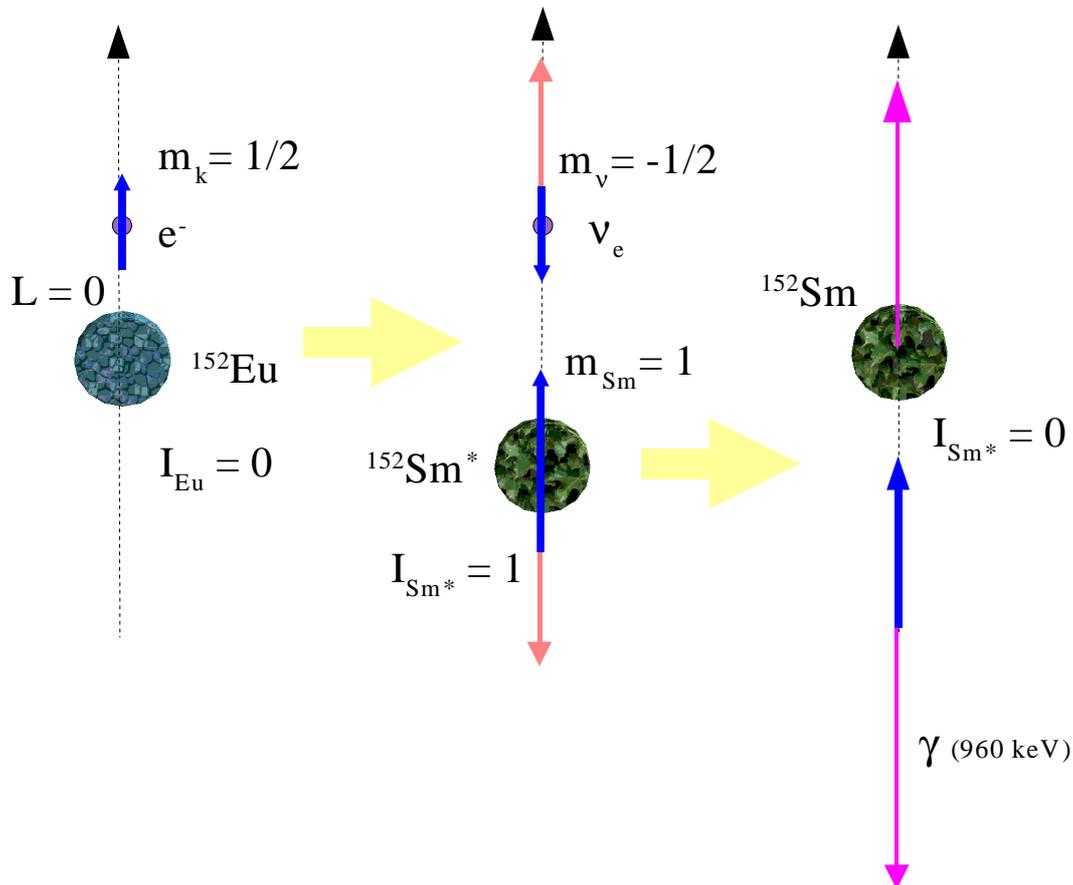
3 Mesure de l'hélicité du neutrino :

Cette mesure a été effectuée par M. Goldhaber en 1957 (voir référence). Le principe de l'expérience repose sur le transfert de l'hélicité du neutrino à une particule plus aisément détectable (il s'agira ici d'un photon) du simple fait de l'application de lois physiques exactes . Dans une capture électronique à partir de la couche K, un neutrino solitaire est émis d'un noyau . Si le noyau, qui recule contre le neutrino, porte un spin non-nul et en considérant que le moment cinétique total ainsi que la quantité de mouvement sont des grandeurs physiques conservées, l'hélicité du noyau est alors parfaitement déterminée . De plus, si ce noyau possède une durée de vie très faible, il se désintègrera en émettant des photons polarisés . La mesure de la polarisation circulaire de ces photons permet de remonter à l'hélicité du neutrino .

Dans la capture électronique suivante :

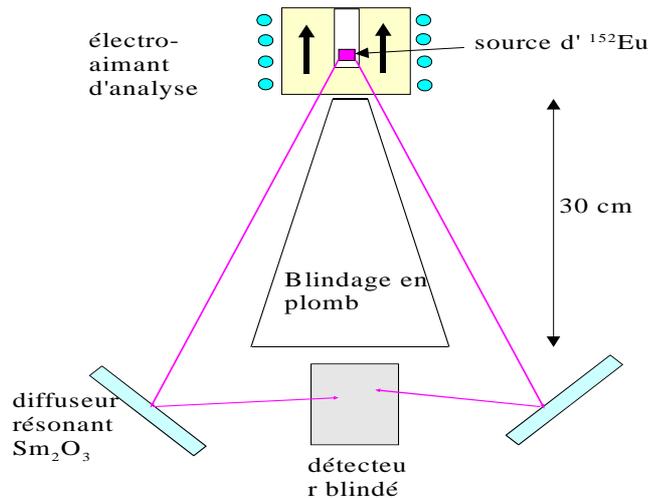


une analyse basée sur la conservation du moment cinétique total conduit au schéma suivant :



dans lequel on comprend aisément que l'hélicité (état de polarisation circulaire) du photon émis en bout de chaîne par le noyau excité de ${}^{152}\text{Sm}$ suit l'hélicité du neutrino : si le neutrino possède une hélicité négative (positive) , le photon sera émis dans un état d'hélicité négative (positive) . Cependant, le photon peut être émis avec un angle θ par rapport à la direction de propagation du neutrino . Ceci, combiné au fait que le noyau de ${}^{152}\text{Sm}^*$ est en mouvement et que la raie de 960 keV a une certaine largeur spectrale, réduit la polarisation circulaire à environ 75% au-lieu des 100% attendus dans le cas idéal .

La mesure est réalisée à l'aide du dispositif suivant :



Le coefficient d'absorption de photons polarisés dans l'aimant d'analyse, situé autour de la source d' ^{152}Eu , dépend de la direction du champ appliqué, qui est inversée toutes les 3 mn dans l'expérience, et de la valeur de la polarisation. La mesure de l'asymétrie :

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+}, \text{ où } N_- \text{ et } N_+ \text{ sont les nombres de photons transmis avec le champ pointant vers le bas ou vers le haut}$$

permet de déterminer l'hélicité du photon et son degré de polarisation. Dans la configuration expérimentale ci-dessus, cette asymétrie est liée à la polarisation et à l'hélicité des photons par l'expression suivante :

$$\delta = -25 (\pm 2.5) \cdot 10^{-3} \Lambda P, \text{ où } \Lambda \text{ est l'hélicité du photon et } P \text{ son degré de polarisation.}$$

Afin de ne détecter que les photons transmis sans diffusion Compton (qui pourrait modifier l'état de polarisation du photon), un dispositif astucieux utilisant la diffusion résonante sur une lame d'oxyde de samarium a été utilisée. Du fait de leur recul contre les neutrinos, les noyaux de samarium excités émettent des photons dont l'énergie est légèrement supérieure à 960 keV. Ces photons peuvent donc ré-exciter de façon résonante le niveau à 960 keV d'autres noyaux de samarium 152 qui ré-émettront ces mêmes photons sous des angles de diffusion importants. C'est ce qui est réalisé dans la lame de diffusion en oxyde de samarium. Seuls les photons qui ont été transmis sans diffusion dans l'aimant d'analyse et qui proviennent de captures électroniques peuvent induire des résonances et être ainsi diffusés vers le détecteur. Les autres photons passent à travers le diffuseur.

Il faut également noter que la période très courte du samarium 152 excité, permet à ce noyau d'émettre son photon avant d'avoir interagi avec le matériau de la source. Il n'y a donc pas de perte de polarisation induit par ré-interaction du noyau de recul.

M. Goldhaber a mesuré une polarisation de $68 \pm 14\%$ avec une hélicité négative du photon. On en déduit que le neutrino a une hélicité négative avec un degré de polarisation de $90 (+10/-20)\%$. Ce résultat est en accord avec la prédiction de la théorie V-A. Compte tenu de sa précision relativement faible, il est cependant assez peu contraignant pour les théories allant au-delà du modèle standard.

4 Masses de neutrinos :

4.1 Champs d'interaction faible et champs de masses définies :

Nous savons depuis 1998 (depuis la mise en évidence expérimentale des oscillations de neutrinos) que d'une manière tout à fait similaire à ce qui se produit dans le secteur des quarks, les champs leptoniques qui apparaissent dans le lagrangien des interactions faibles sont des mélanges des champs leptoniques de masses définies. On peut montrer que le mélange leptonique faible peut être introduit soit sur les leptons chargés et neutres, soit uniquement sur les leptons chargés, ou uniquement sur les neutrinos sans que ce choix arbitraire ne génère de différence physique mesurable. Si l'on choisit d'introduire le mélange leptonique sur les neutrinos uniquement, c'est que cela permet de mettre en évidence, le plus directement possible pour ces particules, un phénomène cohérent de production et de détection que l'on nomme les oscillations de neutrinos (que nous verrons au chapitre 6) .

Ainsi , les champs d'interaction et de masses des neutrinos sont reliés entre-eux par une matrice de mélange unitaire 3 x 3 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$

où :

- U est une nouvelle matrice (matrice PMNS pour Pontecorvo, Maki, Nakagawa et Sakata), présentant des propriétés très voisines à celles de la matrice CKM qui relie les champs d'interaction et de masses des trois quarks d, s, b ;
- ν_e, ν_μ et ν_τ sont les champs de neutrinos d'interaction faible ;
- ν_1, ν_2 et ν_3 sont les champs de neutrinos possédant des masses définies (m_1, m_2, m_3) .

4.2 Masses de neutrinos :

Dans la théorie actuelle des interactions électrofaibles, les champs de particules de chiralités différentes ne présentent pas les mêmes propriétés de symétrie. Ils peuvent donc être considérés comme étant différents.

Soient :

$\{\nu_{jL}, j=e, \mu, \tau\}$ l'ensemble des champs de neutrinos gauches (habituels) de la théorie standard ;

$\{\nu'_{kR}, k=e, \mu, \tau\}$ l'ensemble de nouveaux champs de neutrinos droits que nous devons ajouter à la théorie standard pour donner de la masse aux neutrinos. Un prime est ajouté sur les champs droits pour bien spécifier qu'il ne s'agit pas des mêmes objets (nombres quantiques différents).

À ces champs sont associés des champs conjugués de charge qui sont obtenus par la relation habituelle: $\psi^c = C(\bar{\psi})^T$, où C est la matrice de conjugaison de charge (habituellement $C = i\gamma^2 \gamma^0$) qui satisfait la relation : $C^{-1} \gamma^\mu C = -(\gamma^\mu)^T$ et T représente l'opération de transposition matricielle.

Les champs libres (sans interaction faible) et leurs conjugués de charge doivent satisfaire la même équation de Dirac avec la même masse , c'est-à-dire :

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad \text{et} \quad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi^C = 0 \quad .$$

On peut alors montrer que :

$$\begin{aligned} (\psi_L)^C &= \frac{1}{2} C(\overline{(1-\gamma_5)\psi})^T = \frac{1}{2} C(\psi^+(1-\gamma_5)^+ \gamma_0)^T = \frac{1}{2} C(\psi^{*T} \gamma_0 (1+\gamma_5))^T \\ &= \frac{1}{2} C(1+\gamma_5) \gamma_0 \psi^* = \frac{1}{2} (1+\gamma_5) C \gamma_0 \psi^* = \frac{1}{2} (1+\gamma_5) C(\bar{\psi})^T \quad , \\ &= \frac{1}{2} (1+\gamma_5) \psi^C = (\psi^C)_R \end{aligned}$$

c'est-à-dire que le conjugué de charge d'un champ chiral gauche est un champ chiral droit et inversement :

$$(\psi_R)^C = \frac{1}{2} (1-\gamma_5) \psi^C = (\psi^C)_L \quad .$$

Par ailleurs, sous une transformation de Lorentz le champ conjugué de charge ψ^C se transforme de la même manière que ψ , en d'autres termes, le forme bilinéaire $\bar{\psi} \psi^C$ est un invariant de Lorentz aussi acceptable que $\bar{\psi} \psi$ (terme de masse d'un champ libre de spin 1/2).

Cependant, si ψ possède une charge scalaire conservée, le lagrangien libre qui le décrit doit être invariant sous une transformation de type U(1), c'est-à-dire du type : $\psi' = e^{i\theta} \psi$. À l'évidence, $\bar{\psi} \psi$ possède cette propriété. En revanche, $\bar{\psi}' (\psi')^C = e^{-2i\theta} \bar{\psi} \psi^C$, ne l'a pas. En conséquence, la présence d'un terme de ce type dans un lagrangien libre requiert l'absence de toute symétrie U(1) soit encore l'inexistence de toute charge. Dans ce scénario ψ doit être totalement neutre.

Lorsque nous modélisons un électron, sa charge électrique - qui se conserve - est intimement liée à une symétrie U(1) de jauge qui est absolument fondamentale. Une charge de ce type n'existe pas pour un neutrino. L'inventer reviendrait à créer une nouvelle symétrie U(1) (les fameux nombres leptoniques) sans raison fondamentale convaincante. Cette démarche n'est pas naturelle . C'est sur des bases comparables que les neutrinos ont été perçus très tôt - et bien avant que l'on en ait la certitude expérimentale - comme étant des particules massives car il n'existait pas de principe fondamental qui l'interdisait. Les nombres leptoniques introduits empiriquement dans la théorie actuelle, traduisent notre méconnaissance expérimentale plutôt qu'ils ne reflètent un principe fondamental.

Dans les théories actuelles, les champs fermioniques droits et gauches possèdent des propriétés de symétries différentes (SU(2) pour les champs gauches, U(1) pour les champs droits).

À ce propos, les termes d'énergie cinétique du lagrangien libre ne posent pas de problème car :

$$i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi = i(\bar{\psi}_L + \bar{\psi}_R) \gamma^\mu \partial_\mu (\psi_L + \psi_R) = i(\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R) ,$$

ne possède pas de terme croisé et reste donc un invariant quelles que soient les propriétés de symétries de jauge des champs chiraux. Il n'en est pas de même pour un terme de masse de Dirac :

$$m \bar{\psi} \psi = m(\bar{\psi}_R + \bar{\psi}_L)(\psi_L + \psi_R) = m \bar{\psi}_R \psi_L + m \bar{\psi}_L \psi_R ,$$

qui de manière générale n'est pas un invariant de jauge. Un mécanisme comme celui de Higgs permet alors de générer «dynamiquement» des termes de ce type tout en préservant la renormalisabilité de la théorie (voir cours sur l'édification de la théorie électrofaible).

Avec les champs gauches et droits de neutrinos introduits au début de ce chapitre, on peut généraliser la notion de masse de Dirac en introduisant dans le lagrangien :

$$L_{masse}^{Dirac} = \sum_{j=e,\mu,\tau} \sum_{k=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_j M_{jk}^D \psi_k' + hc , \text{ dans lequel les indices } L \text{ et } R \text{ ont été omis car ils sont}$$

redondants avec la notation prime ou pas. Bien sûr, l'expression détaillée de la matrice M^D , appelée matrice de masse de Dirac, dépend des symétries et du secteur de Higgs de la théorie. Pour simplifier un peu l'exposé, nous considérerons uniquement le cas où M^D est symétrique (complexe ou réelle). Le cas général peut être consulté dans l'ouvrage de Kim et Pevsner cité en référence. Les conclusions sont identiques.

Avec les mêmes champs gauches et droits de neutrinos et leurs conjugués de charge et à condition que les neutrinos soient des particules strictement neutres, on peut également ajouter au lagrangien des termes de masse de la forme suivante :

$$L_{masse}^{Majorana L} = \frac{1}{2} \sum_{j=e,\mu,\tau} \sum_{k=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_j M_{jk}^L (\psi_k)^C + hc , \text{ qui ne fait intervenir que les champs gauches et}$$

$$L_{masse}^{Majorana R} = \frac{1}{2} \sum_{j=e,\mu,\tau} \sum_{k=e,\mu,\tau} \bar{\psi}_j' M_{jk}^R (\psi_k')^C + hc \text{ dans lequel n'apparaissent que les champs droits.}$$

Les matrices M^L et M^R , les matrices de masses droites et gauches de Majorana, sont symétriques car :

$$\bar{\psi}_j (\psi_k)^C = \bar{\psi}_k (\psi_j)^C \text{ (d'où le facteur } 1/2 \text{ dans les lagrangiens au-dessus) .}$$

Le lagrangien de masse de neutrinos le plus général est donc :

$$L_{masse} = L_{masse}^{Dirac} + L_{masse}^L + L_{masse}^R = \frac{1}{2} \bar{\nu} \begin{pmatrix} M^L & M^D \\ M^D & M^R \end{pmatrix} \nu^C + hc, \text{ avec : } \nu = \begin{pmatrix} (\psi_e)^C \\ (\psi_\mu)^C \\ (\psi_\tau)^C \\ \psi'_e \\ \psi'_\mu \\ \psi'_\tau \end{pmatrix}.$$

On notera que : $\bar{\psi}_j M_{jk}^D \psi'_k = \psi_k^{\bar{C}} M_{jk}^D \psi_j^C$.

Pour obtenir les neutrinos de masses définies (donc les vrais états physiques), il faut diagonaliser la matrice de masse :

$$M = \begin{pmatrix} M^L & M^D \\ M^D & M^R \end{pmatrix}.$$

Lorsque celle-ci est symétrique cela peut-être réalisé par la transformation unitaire suivante :

$$U M U^T = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots) \text{ avec } |\lambda_i| = m_i.$$

Le terme de masse se réécrit alors sous la forme :

$$L_{masse} = \frac{1}{2} \bar{\nu} M \nu^C + hc = \frac{1}{2} \bar{\nu} U^+ U M \nu^C U^T (U^T)^+ \nu^C, \text{ où les champs physiques sont : } \chi_i = U_{ik} \nu_k. \text{ Si}$$

$$= \frac{1}{2} (\lambda_1 \bar{\chi}_1 \chi_1^C + \lambda_2 \bar{\chi}_2 \chi_2^C + \dots) + hc$$

on ajoute l'hermitique conjugué, on obtient alors :

$$L_{masse} = \frac{1}{2} (\lambda_1 (\bar{\chi}_1 \chi_1^C + \bar{\chi}_1^C \chi_1) + \lambda_2 (\bar{\chi}_2 \chi_2^C + \bar{\chi}_2^C \chi_2) + \dots)$$

$$= \frac{1}{2} (\lambda_1 (\overline{\chi_1 + \chi_1^C})(\chi_1 + \chi_1^C) + \lambda_2 (\overline{\chi_2 + \chi_2^C})(\chi_2 + \chi_2^C) + \dots)$$

car $\bar{\chi}_i \chi_i = \bar{\chi}_i^C \chi_i^C = 0$.

Si on introduit les 6 champs de «Majorana» (autoconjugués) : $N_i = (\chi_i + \chi_i^C)$, ($N_i = N_i^C$), on obtient

$$\text{finalement que : } L_{masse} = \frac{1}{2} \sum_{i=1,6} \lambda_i \bar{N}_i N_i.$$

La diagonalisation de la matrice de masse conduit donc de manière générale à des neutrinos physiques de Majorana !

4.3 Neutrinos de Dirac ou de Majorana ?

Comme cela vient d'être montré, la diagonalisation de la matrice de masse conduit en général à des champs de Majorana.

Un neutrino de Dirac possède 4 degrés de liberté (particule et antiparticule x 2 états d'hélicité). Un neutrino de Majorana n'en possède que deux (2 états d'hélicité). Avec deux champs de Majorana (gauche et droit) de mêmes masses, on peut réaliser un champ de Dirac. Tout dépend des symétries de la théorie et des mécanismes dynamiques de génération de masses. Et bien sûr au final on doit s'en remettre à l'expérience.

Un neutrino de Majorana est moins «symétrique», il est donc plus contraignant d'un point de vue physique . On peut noter les conséquences physiques observables suivantes : il n'existe plus de nombre leptonique ; le rayon de charge d'un neutrino de Majorana est strictement nul ; son moment magnétique est nul ; son moment électrique dipolaire est nul ; il peut osciller et il peut donner lieu à un processus très particulier que l'on nomme la double désintégration bêta . Sur cette liste on notera que les oscillations ont déjà été observées . Cependant celles-ci sont également possibles pour des neutrinos de Dirac.

La double désintégration bêta est les processus : $(Z, A) \rightarrow (Z+2, A) + 2 e^-$ dans lequel aucun neutrino n'est émis en dehors du noyau ! Un raie monocinétique de deux électrons doit se produire dans le spectre en énergie bêta à l'endroit de la différence positive de masse de la réaction. Ceci n'est permis que lorsque le neutrino est sa propre antiparticule, c'est-à-dire lorsqu'il est du type de Majorana. Si les neutrinos sont massifs, un neutrino émis (dans un état ultra-relativiste) dans la décroissance d'un neutron au sein d'un noyau est majoritairement d'hélicité droite (mais il possède une petite impureté d'hélicité gauche). Pour participer à la réaction inverse sur un deuxième neutron du même noyau, son hélicité doit être majoritairement gauche (mais ce deuxième neutron acceptera avec une fréquence très faible un neutrino d'hélicité droite). Ceci explique qu'actuellement un tel processus n'est jamais été observé car il est très défavorisé par la chiralité des courants faibles. Ceci explique aussi qu'après la découverte des oscillations de neutrinos, qui ont pour conséquence que ces particules sont massives, et les remarques faites au chapitre précédents sur les symétries, ce phénomène soit avidement recherché de par le monde.

4.4 Mécanisme du «see-saw» :

Dans le modèle standard avec adjonction d'un champ de neutrino droit, ce mécanisme permet d'expliquer en partie la petitesse de la masse des neutrinos gauches. Nous l'examinerons dans sa version la plus simple, c'est-à-dire pour une seule génération de neutrinos : $\psi = \psi_L$ et $\psi' = \psi'_R$.

S'il existe un neutrino droit, par le même mécanisme de Higgs (couplage avec un isodoublet de champs complexes) que celui qui est utilisé dans la théorie standard, on peut générer une masse de Dirac : m . Si de plus le neutrino est totalement neutre, le terme de masse de Majorana : $M \bar{\psi}' (\psi')^C$ est un invariant de jauge et peut donc être introduit dans le lagrangien libre sans modification du secteur de Higgs de la théorie. On aboutit alors à la matrice de masse suivante :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}$$
 où m est une masse de Dirac et M une masse de Majorana pour le neutrino droit. Le

neutrino gauche suit le même chemin que tous les autres leptons de la théorie. Cette matrice diagonalisée conduit à deux champs de Majorana ayant des masses :

$$\lambda_{\pm} = \frac{1}{2} (M \pm \sqrt{M^2 + 4 m^2})$$
 , alors si $M \gg m$, on obtient : $m_{lourd} \simeq M$ et $m_{léger} = \frac{m^2}{M}$ qui sont les

masses des neutrinos physiques construits de la manière suivante :

$$(\nu_{léger})_L = \psi - \sqrt{m_{léger}/m_{lourd}} (\psi')^C \text{ et } (\nu_{lourd})_R = \psi' + \sqrt{m_{léger}/m_{lourd}} \psi^C .$$

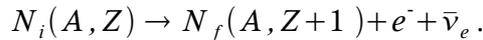
Le neutrino léger est principalement le champ gauche, alors que le neutrino lourd s'identifie au champ droit.

Pour obtenir , par exemple un neutrino léger électronique d'une masse de 0,1 eV, en supposant que m pourrait être comparable à ce qu'il est pour un électron (même isodoublet), il faudrait que le neutrino lourd et droit associé soit au minimum de 2,6 TeV et soit instable de façon à ne pas contribuer au bilan de la matière sombre dans l'Univers. Mais un neutrino lourd et neutre qui est instable, donc couplé à une interaction, n'est pas très cohérent dans la version simplifiée de ce modèle.

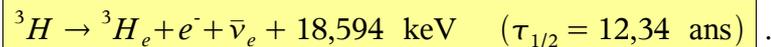
M serait alors un indicateur d'une nouvelle physique au-delà du modèle standard.

4.5 Mesure de la masse du neutrino électronique :

Il s'agit en réalité de la mesure de la masse du neutrino émis dans une désintégration nucléaire bêta du type :



La mesure consiste à déterminer avec précision la forme du spectre en énergie de l'électron au voisinage de son point terminal haut. La sensibilité de mesure de la masse du neutrino est d'autant meilleure que le bilan de la réaction (Q_β) est faible, car l'étude spectrale du point terminal est plus facile à réaliser (électrons de faible énergie) et la statistique de comptage est plus importante (pour une plage en énergie déterminée). La désintégration bêta qui possède le plus petit Q_β est celle du tritium :



Cette désintégration qui se produit entre deux noyaux appartenant au même multiplet d'isospin fort, possédant tous deux un spin 1/2, est une transition dite super-permise pour laquelle le taux de décroissance différentiel est donné par l'expression suivante :

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{(\cos\theta_c G)^2}{2\pi^3} F(E_e, Z) p_e E_e (E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2} |M|^2,$$

dans laquelle :

- $\theta_c = 12,8^\circ$ est l'angle de Cabibbo ;
- G est la constante de Fermi ;
- E_e et p_e sont l'énergie totale et la quantité de mouvement de l'électron ;
- $E_0 = Q + m_e = M_{atom.}({}^3\text{H}) - M_{atom.}({}^3\text{He}) + m_e$, est l'énergie totale maximale de l'électron si le neutrino est de masse nulle ;
- $|M|^2$ est le module au carré de l'élément de matrice nucléaire de la transition, qui pour la désintégration en question à l'ordre le plus bas et dans le modèle nucléaire le plus simple, se réduit à :

$$|M|^2 = 1 + 3 (C_A/C_V)^2 \quad \text{avec } C_A/C_V = -1,257$$

- $F(E_e, Z)$ est la fonction de coulomb (souvent appelée fonction de Fermi) qui représente l'interaction de l'électron dans le champ coulombien du noyau final. Dans une approximation non-relativiste, qui est valide pour la désintégration du tritium, celle-ci est donnée par :

$$F(E_e, Z) \simeq \frac{2\pi\epsilon}{e^{2\pi\epsilon} - 1} \quad \text{avec } \epsilon = \frac{\alpha Z E_e}{p_e} \quad \text{où } Z \text{ le nombre atomique du noyau final et } \alpha \text{ la}$$

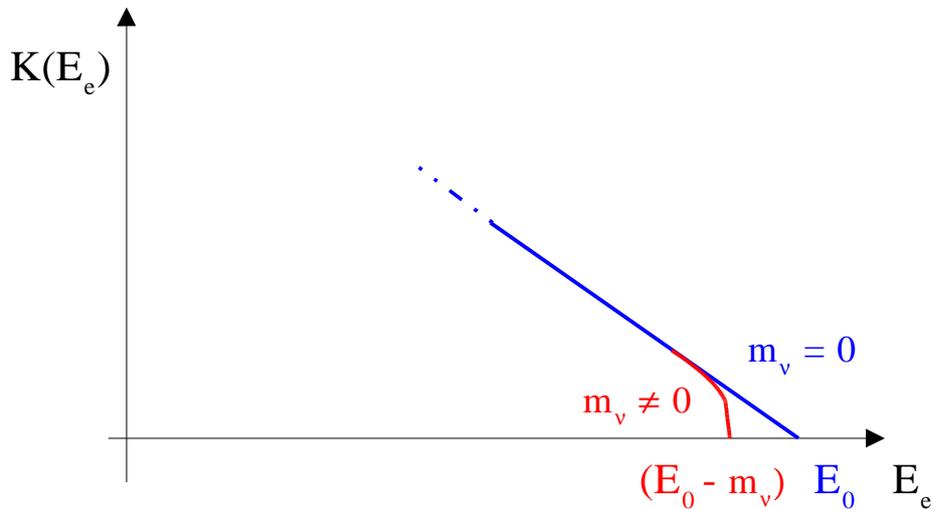
constante de structure fine .

À partir de cette expression spectrale on peut calculer la fonction de Kurie :

$$K(E_e) = \left(\frac{d\Gamma/dE_e}{p_e E_e F(E_e, Z)} \right)^{1/2},$$

qui en fonction de m_ν se réduit à :

- $m_\nu = 0$, $K(E_e) = \text{cte}(E_0 - E_e)$ (c'est une droite , appelée la droite de Kurie) ;
- $m_\nu \neq 0$, $K(E) = \text{cte} [(E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2}]^{1/2}$.



Le graphique suivant illustre les fonctions de Kurie obtenues avec un neutrino massif ou non .

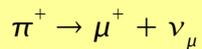
Les meilleures mesures actuelles permettent de placer une limite supérieure sur la masse du neutrino électronique :

- $m_{\nu_e} < 2,8 \text{ eV}$ à 95% de niveau de confiance , Weinheimer et al. , PL B 460 (1999) 219
- $m_{\nu_e} < 2,5 \text{ eV}$ à 95% de niveau de confiance , Lobashev et al., PL B 460 (1999) 227

En réalité, on ne mesure pas la masse du neutrino électronique qui n'est pas définie mais une combinaison de spectres dans chacun desquels un neutrino de masse définie (soit m_1 , m_2 ou m_3) est émis.

4.6 Mesure de la masse du neutrino muonique :

Le principe de cette mesure consiste à déterminer la quantité de mouvement du muon qui est émis dans la désintégration du pions positif à l'arrêt :



Pour réaliser cette expérience (au PSI à Zurich), on produit des pions dans une cible en graphite par bombardement à l'aide d'un faisceau de protons de 590 MeV. Les pions négatifs sont absorbés par les noyaux et une petite fraction des pions positifs sont arrêtés dans la cible.

La masse du neutrino muonique est alors fournie par la formule suivante :

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2 m_\pi (m_\mu + p_\mu)^{1/2}$$

Si on connaît avec précision les valeurs des masses du pion et du muon , et si l'on mesure p_μ , la quantité de mouvement du muon émis à l'aide d'un spectromètre magnétique à haute résolution, on peut calculer m_{ν_μ} .

La meilleure limite actuelle obtenue par cette technique est :

$$m_{\nu_\mu} < 170 \text{ keV} \text{ à } 90 \% \text{ de niveau de confiance , Assamagan et al , PR D53 (1996) 6065 .}$$

À nouveau, ce qui est mesuré ici n'est pas à proprement parler la masse du neutrino muonique mais une combinaison des masses m_1 , m_2 et m_3 .

4.7 Mesure de la masse du neutrino taunique :

Une limite sur la masse du neutrino taunique est obtenue par l'étude des canaux de désintégration multi-hadroniques du lepton tau à LEP ($e^+ + e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^-$ à $\sqrt{s} = m_z$). Le tau a une masse relativement élevée : $m_\tau = 1777,03 \pm 0,3 \text{ MeV}$. Les décroissances multi-hadroniques (plusieurs pions + un neutrino taunique) permettent de restreindre le $\langle\langle Q \rangle\rangle$ de la réaction et d'accroître la sensibilité de cette mesure.

L'étude la plus précise a été réalisée par la collaboration ALEPH . Elle concerne les canaux multi-hadroniques qui suivent :

- $\tau^- \rightarrow 2 \pi^- \pi^+ \nu_\tau$
- $\tau^- \rightarrow 3 \pi^- 2 \pi^+ \nu_\tau$
- $\tau^- \rightarrow 3 \pi^- 2 \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$

Ces canaux peuvent être décrits par une décroissance à deux corps :

$$\tau^-(E_\tau, \vec{p}_\tau) \rightarrow h^-(E_h, \vec{p}_h) + \nu_\tau(E_\nu, \vec{p}_\nu) .$$

Dans le repère au repos du tau, on peut déterminer l'énergie totale du système hadronique :

$$E_h^* = \frac{m_\tau^2 + m_h^2 - m_\nu^2}{2 m_\tau} , \text{ dans laquelle } m_h \text{ est la masse invariante du système hadronique.}$$

Dans le référentiel du laboratoire en appliquant la transformée de Lorentz adéquate, on obtient :

$$E_h = \gamma (E_h^* + \beta p_h^* \cos \theta) ,$$

où β est la vitesse du tau , $\gamma = (1 / (1 - \beta^2))^{1/2}$, θ est l'angle entre la direction de propagation du tau et celle du système hadronique. Les taux sont supposés produits à l'énergie du faisceau d'électrons ($m_z/2$).

On ne mesure pas la direction de propagation du tau, donc il n'est pas possible de déterminer E_h directement dans la formule précédente, mais on sait tout de même que : $E_h^{\max., \min.} = \gamma (E_h^* \pm \beta p_h^*)$. Ainsi pour une masse de neutrino donnée et une masse du système hadronique mesurée on peut déterminer un intervalle d'encadrement pour E_h . Inversement pour une distribution (densité) d'événements mesurés en fonction de m_h et E_h , on peut extraire par une méthode d'estimation statistique une contrainte sur la masse du neutrino taunique.

La technique complète consiste à ajuster la valeur de la masse du neutrino en utilisant une méthode de maximum de vraisemblance de telle manière que la distribution en m_h et E_h des événements soit la plus réaliste possible.

Le résultat obtenu par ALEPH est : $m_{\nu_\tau} < 18,2 \text{ MeV}$ à 95 % de niveau de confiance .

5 Oscillations de neutrinos :

5.1 Nature quantique des oscillations :

Les champs d'interaction faible des neutrinos, introduits au paragraphe 4.1, permettent (par exemple dans les désintégrations bêta de noyaux radioactifs) de créer des antineutrinos de masses définies, mais à condition de disposer d'une résolution de mesure suffisamment bonne :

$$m_\nu^2 = E_\nu^2 - p_\nu^2 \Rightarrow \Delta(m_\nu^2) = [4 E_\nu^2 \Delta(E_\nu)^2 + 4 p_\nu^2 \Delta(p_\nu)^2]^{1/2} \simeq 2 \sqrt{2} p_\nu \Delta(p_\nu) ,$$

Pour pouvoir séparer deux états de masses distinctes , il faut au minimum disposer d'une résolution expérimentale sur la quantité de mouvement telle que :

$$2 \sqrt{2} p_\nu \Delta(p_\nu) < |m_1^2 - m_2^2| \text{ ou encore , } \Delta(p_\nu) < \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2 \sqrt{2} p_\nu} .$$

Le principe d'incertitude de Heisenberg exige cependant que :

$$\Delta(x) > \frac{1}{\Delta(p_\nu)} > \frac{2 \sqrt{2} p_\nu}{|m_1^2 - m_2^2|} , \text{ qui est une longueur bien supérieure au mètre dans les cas réels}$$

rencontrés .

En général, la position d'émission des antineutrinos (ou des neutrinos) est connue avec une précision meilleure que cela . Ceci entraîne qu'on ne peut pas séparer les états de masses au moment de l'émission des antineutrinos . Il se forme alors une superposition cohérente d'états de masses définies

5.2 Description générale :

Si on examine un faisceau de neutrinos d'une saveur l donnée, produits dans des courants chargés chiraux : $\bar{\psi}_{\nu_l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_e = \sum_i \psi_i^+ U_{li}^* \gamma_0 \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_e = \sum_i U_{li}^* \bar{\psi}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_e$, sachant que :

$\psi_{\nu_l} = \sum_i U_{li} \psi_i$, où ψ_i sont les champs physiques de neutrinos de masses définies et U est la matrice de mélange de Pontecorvo, Maki, Nakagawa et Sakata. Sachant que ce lagrangien décrit l'émission d'un neutrino de masse m_i avec l'amplitude U_{li}^* , le vecteur d'état des neutrinos de type l émis sera :

$$|\nu_l\rangle = \sum_{m=1}^3 U_{lm}^* |\nu_m\rangle \text{ avec } l=e, \mu, \tau ,$$

qui évolue en fonction du temps selon : $|\psi_l(x, t)\rangle = \sum_m U_{lm}^* |\nu_m\rangle e^{i p_\nu x} e^{-i E_m t}$, avec :

$$E_m = \sqrt{(p_\nu^2 + m_m^2)} \text{ qui se réduit à : } E_m \simeq p_\nu + \frac{m_m^2}{2 p_\nu} \text{ car } m_m \ll p_\nu , \text{ ce qui signifie en outre que les}$$

neutrinos voyagent à une vitesse très proche de celle de la lumière et donc $x = t$ (unités naturelles).

On obtient donc :

$$|\psi_l(x, x)\rangle = |\psi_l(t, t)\rangle = |\psi_l(x)\rangle = \sum_m U_{lm}^* |\nu_m\rangle e^{-i[m_m^2/2p_\nu]x}$$

Par ailleurs :

$$|\nu_m\rangle = \sum_{l'} U_{l'm} |\nu_{l'}\rangle$$

Si la symétrie CP est conservée dans le processus leptoniques, alors les éléments de la matrice de mélange PMNS sont réels. Mais d'une façon générale on ne peut pas éliminer la violation de CP qui est déjà une réalité dans la matrice de mélange CKM des quarks .

On obtient alors l'expression suivante :

$$|\psi_l(x)\rangle = \sum_{l'} \sum_m [U_{lm}^* e^{-i[m_m^2/2p_\nu]x} U_{l'm}] |\nu_{l'}\rangle$$

dans laquelle on s'aperçoit que l'état propre contient maintenant tous les types de neutrinos.

La probabilité d'évolution d'un neutrino de type l en un type l' est donnée par :

$$P(l \rightarrow l', x) = \delta_{ll'} - 4 \sum_{i>j} \Re(U_{li}^* U_{l'i} U_{lj} U_{l'j}^*) \sin^2(1.27 x \Delta m_{ij}^2 / p_\nu) + 2 \sum_{i>j} \Im(U_{li}^* U_{l'i} U_{lj} U_{l'j}^*) \sin(2.54 x \Delta m_{ij}^2 / p_\nu)$$

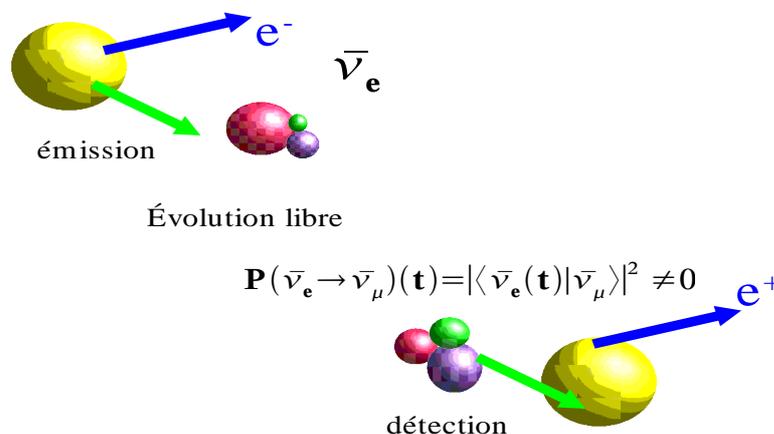
avec :

$$\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$$

, et dans laquelle Δm_{ij}^2 est en eV^2 , x est en km et p_ν est en GeV.

Cette fonction de probabilité exhibe un magnifique comportement oscillatoire ! Les oscillations de neutrinos ne peuvent être observées que si les masses m_1, m_2 et m_3 ne sont pas toutes identiques et si le neutrino initial (émis dans un processus d'interaction faible) est créé dans une superposition cohérente d'états propres de masse .

La figure suivante donne une visualisation graphique des oscillations de neutrinos dans le vide :



Si CPT est respectée (très très probable) , nous avons : $P(l \rightarrow l') = P(\bar{l}' \rightarrow \bar{l})$, mais comme $P(l \rightarrow l'; U) = P(l' \rightarrow l; U^*)$ on obtient que : $P(\bar{l} \rightarrow \bar{l}'; U) = P(l \rightarrow l'; U^*)$. Une différence d'oscillations de neutrinos et d'antineutrinos de la même espèce (violation de la symétrie CP) est donc caractérisée par une matrice de mélange complexe.

6 Pour en savoir plus :

- Neutrinos in Physics and Astrophysics, C. W. Kim and A. Pevsner , Harwood
- The Physics of Massive Neutrinos, B. Kaiser , F. Gibrat-Debu, F. Perrier , World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 25, World Scientific
- Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, R. Mohapatra and P. Pal , World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 41, World Scientific
- cours de l'école d'été de Gif 1992 .
- Helicity of neutrinos, M. Goldhaber et al. , Phys. Rev. 109 (1958) 1015
- Observation of tau neutrino interactions, DONUT collaboration , Phys. Letters B 504 (2001) 218
- Review of Particle Physics , Phys. Letters B , 592 (2004) 145
- S. Bilenky and S. Petcov, Rev. of Mod. Physics 59 (1987) 671
- P. Frampton and P. Vogel, Phys. Rep. 82 (1982) 339