

Masses et oscillations de neutrinos

Table des matières

1	Faits historiques :.....	2
2	Propriétés générales :.....	3
3	Mesure de l'hélicité du neutrino :.....	4
4	Masses de neutrinos :.....	7
4.1	Champs d'interaction faible et champs de masses définies :.....	7
4.2	Mesure de la masse du neutrino électronique :	7
4.3	Mesure de la masse du neutrino muonique :	9
4.4	mesure de la masse du neutrino taunique :.....	10
5	Oscillations de neutrinos :.....	11
5.1	Introduction :.....	11
5.2	Équation du mouvement :.....	13
5.3	Oscillations dans un milieu matériel :.....	15
5.4	La situation expérimentale :.....	16
6	Pour en savoir plus :.....	20

1 Faits historiques :

- **1913** : Chadwick met en évidence par plusieurs expériences que les spectres bêta sont continus.
- **1927** : Ces expériences sont complétées par des mesures calorimétriques de l'énergie totale dans les désintégrations bêta, réalisées par Ellis, Wooster et Meitner, qui prouvent définitivement que l'énergie manquante ne peut pas provenir de pertes d'énergie des électrons lorsque ceux-ci se propagent dans la matière contenant la source radioactive.
- **1930** : Le noyau ne peut pas être constitué uniquement de protons et d'électrons, car le spin du noyau d'azote 14 ($Z=7$) est mesuré comme étant 1, ce qui est un état inaccessible pour un noyau qui serait constitué de 14 protons et 7 électrons (spin total demi-entier) .
- **1930** : Premier concept du neutrino proposé W. Pauli, alors appelé neutron et possédant une masse voisine de celle de l'électron, un spin 1/2 et un pouvoir de pénétration bien supérieur à celui du photon. Les <<neutrons>> seraient présents dans le noyau aux côtés des électrons et des protons. En nombre impair, ils permettraient d'expliquer le spin entier de l'azote 14. Ils seraient émis en même temps que les électrons dans les désintégrations bêta .
- **1932** : Découverte du neutron par Chadwick , le neutron que l'on connaît de nos jours ; beaucoup plus massif que le neutron imaginé par Pauli .
- **1932** : Fermi, à l'annonce de la découverte de Chadwick, renomme le neutron de Pauli neutrino pour le distinguer du neutron .
- **1933** : Première publication de Pauli sur le neutrino .
- **1933** : De l'analyse de la forme des spectres bêta, Fermi et Perrin infèrent que le neutrino pourrait être une particule sans masse .
- **1933** : première théorie de la désintégration bêta proposée par Fermi. Le neutrino est formellement modélisé comme une particule de masse nulle et de spin 1/2.
- **1934** : radioactivité bêta + découverte par I. et F. Joliot-Curie .
- **1937** : Majorana suggère que le neutrino pourrait être sa propre antiparticule .
- **1938** : capture électronique découverte par Alvarez.
- **1953** : démonstration par Dalitz que le θ et le τ décroissent dans des modes opposés de parité.
- **1953** : Le nombre leptonique est introduit par Kanopinski et Mahmoud
- **1956** : Le neutrino (en fait $\bar{\nu}_e$) est détecté directement par Reines et Cowan auprès d'un réacteur nucléaire.
- **1956** : Lee et Young réfutent la conservation de la parité dans les interactions faibles
- **1957** : L'expérience sur le ^{60}Co par Wu confirme cette hypothèse géniale.
- **1957** : Pontecorvo suggère l'existence d'oscillations de neutrinos ($\nu_e \leftrightarrow \bar{\nu}_e$) par analogie avec le système $K_0 - \bar{K}_0$
- **1957** : Goldhaber dans une expérience d'anthologie, montre que le neutrino est une particule d'hélicité gauche.
- **1958** : Théorie V-A établie par Feynman et Gell-Mann.

- **1959** : Davis montre expérimentalement que la réaction $\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ est impossible - Cela confirme la conservation du nombre leptonique .
- **1962** : Détection directe du neutrino muonique par Schwartz, Steinberger et Lederman . Autre confirmation de la conservation du nombre leptonique .
- **1962** : Maki, Nakagawa et Sakata introduisent les oscillations de neutrinos entre espèces : $\nu_e \Leftrightarrow \nu_\mu$
- **1968** : Premiers résultats de mesure par Davis du flux de neutrinos solaires indiquant un déficit : 1/3 du nombre de neutrinos attendus .
- **1973** : Découverte des courants neutres au CERN par A. Lagarrigue, P. Musset et A. Rousset.
- **1980** : Première expérience de recherche d'oscillations de neutrinos auprès d'une source terrestre (ILL Grenoble).
- **1987** : Détection d'une bouffée de neutrinos en provenance de SN1987A par les collaborations Kamiokande au Japon et IMB aux États Unis .
- **1989** : Le nombre de familles de leptons comprenant un neutrino de masse inférieure à 45 GeV est mesuré comme étant 3 au LEP.
- **1998** : Découverte des oscillations de neutrinos atmosphériques par la collaboration Super Kamiokande au Japon .
- **2000** : Détection directe du neutrino tau par la collaboration DONUT au Fermi Lab .
- **2001** : La collaboration SNO au Canada détecte la présence de neutrinos d'une espèce non-électronique dans le flux de neutrinos solaires, prouvant ainsi que les neutrinos solaires oscillent .
- **2002** : La collaboration KamLand au Japon prouve que le flux d'anti-neutrinos de réacteurs nucléaires est déficitaire en accord avec ce qui a été observé pour les neutrinos en provenance du soleil.

2 Propriétés générales :

Les neutrinos sont des particules sans sous structure connue, dépourvues de charge électrique et portant un spin 1/2. L'interaction faible (et dans une bien moindre mesure la gravité) est leur seule possibilité de communication avec le reste du monde . On peut résumer cela en disant que ce sont des leptons neutres . De ce fait, leurs sections efficaces de réaction sont en général minuscules , exemples :

$$\sigma(\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+) \approx \frac{(G \cos \theta_c)^2}{\pi} [1 + 3(C_A/C_V)^2] E_\nu^2 \approx 9,1 \cdot 10^{-41} \left(\frac{E_\nu}{10 \text{ MeV}}\right)^2 \text{ cm}^2 \text{ pour } E_\nu \ll m_p$$

dans laquelle $C_A/C_V = -1,2573 \pm 0,0028$;

diffusion inclusive sur un nucléon à haute énergie :

$$\sigma(\nu_l + N \rightarrow l + X) \approx 6,7 \cdot 10^{-39} E_\nu(\text{GeV}) \text{ cm}^2 ; \quad \sigma(\bar{\nu}_l + N \rightarrow l^+ + X) \approx 3,4 \cdot 10^{-39} E_\nu(\text{GeV}) \text{ cm}^2$$

(pour $50 \text{ GeV} < E_\nu < 250 \text{ GeV}$) .

Le libre parcours moyen d'un antineutrino électronique de 1 MeV se déplaçant dans de l'eau est d'environ une année lumière.

Du point de vue de l'interaction faible, il existe trois espèces de neutrinos (électronique, muonique et taunique) qui ont maintenant toutes été détectées directement . La dernière d'entre-elles (le neutrino taunique) a été détectée très récemment par la collaboration DONUT au Fermi Lab (voir référence) . Dans certaines conditions (voir oscillations de neutrinos) , ces espèces peuvent se transformer de l'une en d'autres .

Après les photons, les neutrinos sont les particules les plus abondantes de l'univers. En moyenne, chaque cm^3 de notre univers contient environ 300 neutrinos reliques, provenant du big bang, en équilibre thermique à une température d'environ 2 K . De plus, le soleil, du simple fait que son énergie provient de réactions dues à l'interaction faible, est une immense source de neutrinos. Le flux de neutrinos solaires calculé à la surface de la terre est d'environ $6,4 \cdot 10^{10}$ neutrinos $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Même si nous savons maintenant de façon certaine, que les neutrinos sont des particules massives (voir chapitre sur les oscillations de neutrinos), la valeur de leur masse n'est pas connue . Elle varie probablement d'une espèce à l'autre . Elle serait comprise entre 10^6 eV et quelques eV selon l'espèce . La petitesse de cette valeur, en comparaison aux masses des leptons chargés, reste un mystère que seules quelques théories, qui dépassent le cadre du modèle standard actuel, permettent d'expliquer de façon satisfaisante .

L'immense majorité des neutrinos que nous connaissons sont des particules observables dans un état ultra-relativiste ($E > 1$ MeV , $m < 10$ eV) et sont créées par interaction faible en courants chargés . Ce sont donc des particules que l'on peut considérer comme étant dans un état d'hélicité définie, car la probabilité d'émission d'un neutrino d'hélicité positive dans un processus mettant en jeu des courants chiraux gauches est :

$$P(\nu(\Lambda=1)) = \frac{1}{1 + \left(\frac{E+m+p}{E+m-p} \right)^2}$$

$$P(\nu(\Lambda=1)) \approx \frac{1}{4} \left(\frac{m}{E} \right)^2 \quad \text{si } m \ll p \quad , \text{ c'est à dire si le neutrino est ultra-relativiste .}$$

Ceci peut ne plus être vrai pour les neutrinos reliques qui, à une température de 2 K (0,5 m eV) , pourraient être observés dans un état non-relativiste , pour lequel $p \ll m$ et :

$$P(\nu(\Lambda=1)) = \frac{1}{2}$$

Cependant, leur section efficace d'interaction est ultra minuscule :

$$\sigma(\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-) \sim 10^{-54} \text{ cm}^2 \quad \text{pour } E_\nu = 0,5 \text{ m eV} \quad ,$$

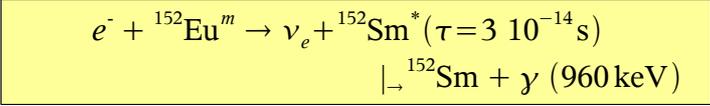
et leur détection est techniquement inaccessible pour le moment .

3 Mesure de l'hélicité du neutrino :

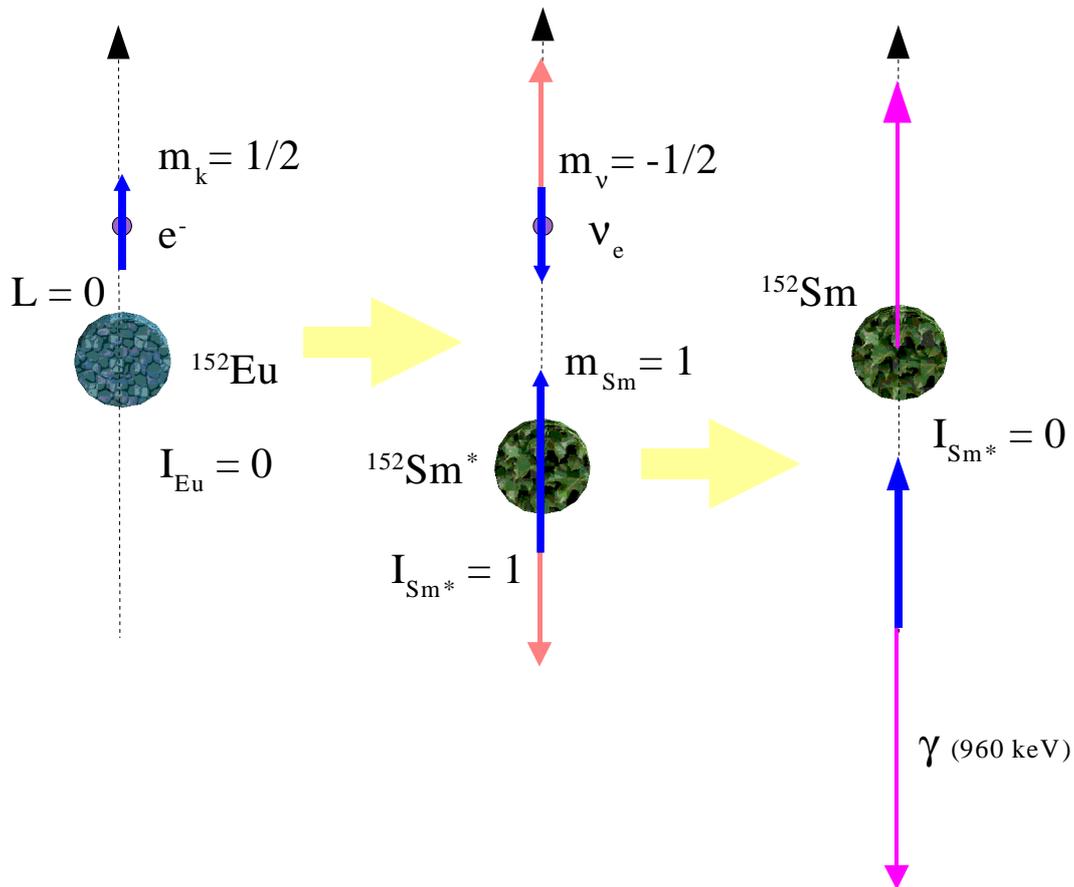
Cette mesure a été effectuée par M. Goldhaber en 1957 (voir référence). Le principe de l'expérience repose sur le transfert de l'hélicité du neutrino à une particule plus aisément détectable (il s'agira ici d'un photon) du simple fait de l'application de lois physiques exactes . Dans une capture électronique à partir de la couche K, un neutrino solitaire est émis d'un noyau . Si le noyau, qui recule contre le neutrino, porte un spin non-nul et en considérant que le moment cinétique total ainsi que la quantité de mouvement sont des grandeurs physiques conservées, l'hélicité du noyau est alors parfaitement déterminée . De plus, si ce noyau possède une durée de vie très faible, il se désintègrera en émettant des photons polarisés . La

mesure de la polarisation circulaire de ces photons permet de remonter à l'hélicité du neutrino .

Dans la capture électronique suivante :

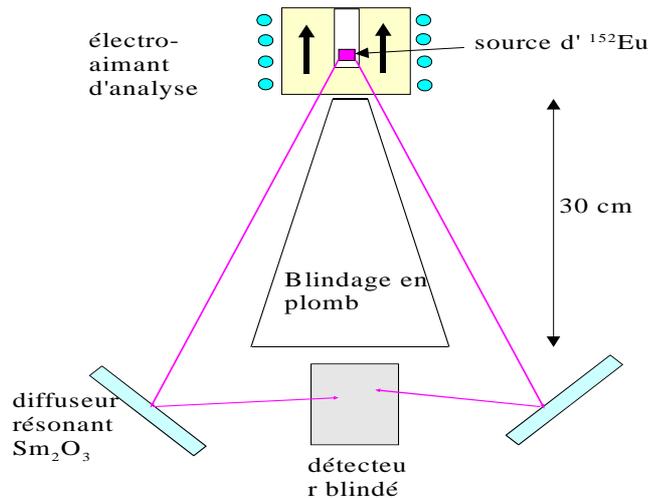


une analyse basée sur la conservation du moment cinétique total conduit au schéma suivant :



dans lequel on comprend aisément que l'hélicité (état de polarisation circulaire) du photon émis en bout de chaîne par le noyau excité de ${}^{152}\text{Sm}$ suit l'hélicité du neutrino : si le neutrino possède une hélicité négative (positive) , le photon sera émis dans un état d'hélicité négative (positive) . Cependant, le photon peut être émis avec un angle θ par rapport à la direction de propagation du neutrino . Ceci, combiné au fait que le noyau de ${}^{152}\text{Sm}^*$ est en mouvement et que la raie de 960 keV a une certaine largeur spectrale, réduit la polarisation circulaire à environ 75% au-lieu des 100% attendus dans le cas idéal .

La mesure est réalisée à l'aide du dispositif suivant :



Le coefficient d'absorption de photons polarisés dans l'aimant d'analyse, situé autour de la source d' ^{152}Eu , dépend de la direction du champ appliqué, qui est inversée toutes les 3 mn dans l'expérience, et de la valeur de la polarisation. La mesure de l'asymétrie :

$$\delta = \frac{1}{2} \frac{N_- - N_+}{N_- + N_+}, \text{ où } N_- \text{ et } N_+ \text{ sont les nombres de photons transmis avec le champ pointant vers le bas ou vers le haut}$$

permet de déterminer l'hélicité du photon et son degré de polarisation. Dans la configuration expérimentale ci-dessus, cette asymétrie est liée à la polarisation et à l'hélicité des photons par l'expression suivante :

$$\delta = -25(\pm 2.5) \cdot 10^{-3} \Lambda P, \text{ où } \Lambda \text{ est l'hélicité du photon et } P \text{ son degré de polarisation.}$$

Afin de ne détecter que les photons transmis sans diffusion Compton (qui pourrait modifier l'état de polarisation du photon), un dispositif astucieux utilisant la diffusion résonante sur une lame d'oxyde de samarium a été utilisée. Du fait de leur recul contre les neutrinos, les noyaux de samarium excités émettent des photons dont l'énergie est légèrement supérieure à 960 keV. Ces photons peuvent donc ré-exciter de façon résonante le niveau à 960 keV d'autres noyaux de samarium 152 qui ré-émettront ces mêmes photons sous des angles de diffusion importants. C'est ce qui est réalisé dans la lame de diffusion en oxyde de samarium. Seuls les photons qui ont été transmis sans diffusion dans l'aimant d'analyse et qui proviennent de captures électroniques peuvent induire des résonances et être ainsi diffusés vers le détecteur. Les autres photons passent à travers le diffuseur.

Il faut également noter que la période très courte du samarium 152 excité, permet à ce noyau d'émettre son photon avant d'avoir interagi avec le matériau de la source. Il n'y a donc pas de perte de polarisation induit par ré-interaction du noyau de recul.

M. Goldhaber a mesuré une polarisation de $68 \pm 14\%$ avec une hélicité négative du photon. On en déduit que le neutrino a une hélicité négative avec un degré de polarisation de $90(+10/-20)\%$. Ce résultat est en accord avec la prédiction de la théorie V-A. Compte tenu de sa précision relativement faible, il est cependant assez peu contraignant pour les théories allant au-delà du modèle standard.

4 Masses de neutrinos :

4.1 Champs d'interaction faible et champs de masses définies :

Nous savons depuis 1998 (depuis la mise en évidence expérimentale des oscillations de neutrinos) que d'une manière tout à fait similaire à ce qui se produit dans le secteur des quarks, les champs leptoniques qui apparaissent dans le lagrangien des interactions faibles sont des mélanges des champs leptoniques de masses définies. On peut montrer que le mélange leptonique faible peut être introduit soit sur les leptons chargés et neutres, soit uniquement sur les leptons chargés, ou uniquement sur les neutrinos sans générer de différence physique mesurable. Si l'on choisit d'introduire le mélange leptonique sur les neutrinos uniquement, c'est que cela permet de mettre en évidence, le plus directement possible pour ces particules, un phénomène cohérent de production et de détection que l'on nomme les oscillations de neutrinos (que nous verrons au chapitre 6).

Ainsi, les champs d'interaction et de masses des neutrinos sont reliés entre-eux par une matrice de mélange unitaire 3×3 :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix},$$

où :

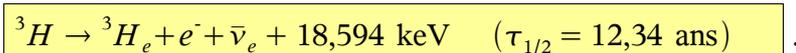
- U est une nouvelle matrice (matrice MNS pour Maki Nakagawa et Sakata), présentant des propriétés très voisines à celles de la matrice CKM qui relie les champs d'interaction et de masses des trois quarks d, s, b ;
- ν_e, ν_μ et ν_τ sont les champs de neutrinos d'interaction faible ;
- ν_1, ν_2 et ν_3 sont les champs de neutrinos possédant des masses définies (m_1, m_2, m_3) .

4.2 Mesure de la masse du neutrino électronique :

Il s'agit en réalité de la mesure de la masse du neutrino émis dans une désintégration nucléaire bêta du type :

$$N_i(A, Z) \rightarrow N_f(A, Z+1) + e^- + \bar{\nu}_e.$$

La mesure consiste à déterminer avec précision la forme du spectre en énergie de l'électron au voisinage de son point terminal haut. La sensibilité de mesure de la masse du neutrino est d'autant meilleure que le bilan de la réaction (Q_β) est faible, car l'étude spectrale du point terminal est plus facile à réaliser (électrons de faible énergie) et la statistique de comptage est plus importante (pour une plage en énergie déterminée). La désintégration bêta qui possède le plus petit Q_β est celle du tritium :



Cette désintégration qui se produit entre deux noyaux appartenant au même multiplet d'isospin fort, possédant tous deux un spin 1/2, est une transition dite super-permise pour laquelle le taux de décroissance différentiel est donné par l'expression suivante :

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{(\cos\theta_c G)^2}{2\pi^3} F(E_e, Z) p_e E_e (E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2} |M|^2,$$

dans laquelle :

- $\theta_c = 12,8^\circ$ est l'angle de Cabibbo ;
- G est la constante de Fermi ;
- E_e et p_e sont l'énergie totale et la quantité de mouvement de l'électron ;
- $E_0 = Q + m_e = M_{atom.}(^3H) - M_{atom.}(^3He) + m_e$, est l'énergie totale maximale de l'électron si le neutrino est de masse nulle ;
- $|M|^2$ est le module au carré de l'élément de matrice nucléaire de la transition, qui pour la désintégration en question à l'ordre le plus bas et dans le modèle nucléaire le plus simple, se réduit à :

$$|M|^2 = 1 + 3(C_A/C_V)^2 \quad \text{avec } C_A/C_V = -1,257$$

- $F(E_e, Z)$ est la fonction de coulomb (souvent appelée fonction de Fermi) qui représente l'interaction de l'électron dans le champ coulombien du noyau final . Dans une approximation non-relativiste, qui est valide pour la désintégration du tritium, celle-ci est donnée par :

$$F(E_e, Z) \simeq \frac{2\pi\epsilon}{e^{2\pi\epsilon} - 1} \quad \text{avec } \epsilon = \frac{\alpha Z E_e}{p_e} \quad \text{où } Z \text{ le nombre atomique du noyau final et } \alpha$$

la constante de structure fine .

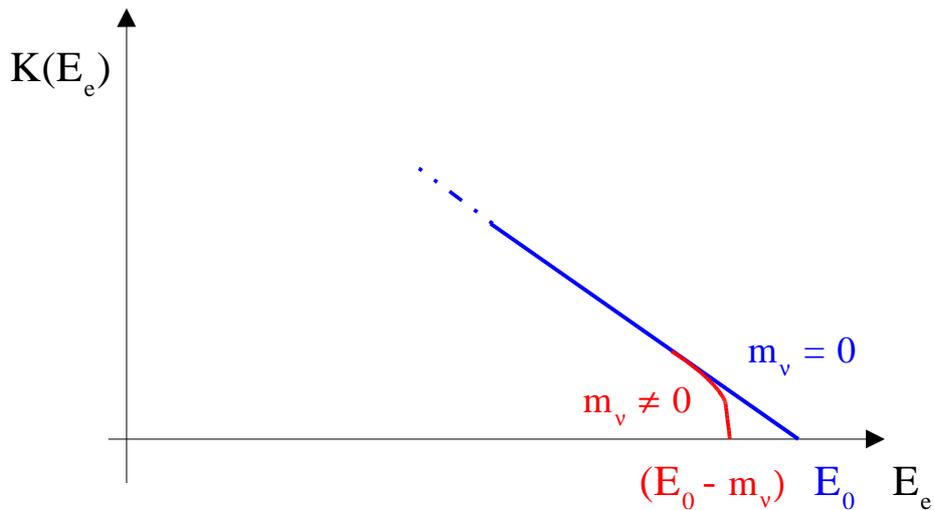
À partir de cette expression spectrale on peut calculer la fonction de Kurie :

$$K(E_e) = \left(\frac{d\Gamma/dE_e}{p_e E_e F(E_e, Z)} \right)^{1/2},$$

qui en fonction de m_ν se réduit à :

- $m_\nu = 0$, $K(E_e) = \text{cte}(E_0 - E_e)$ (c'est une droite , appelée la droite de Kurie) ;

- $m_\nu \neq 0$, $K(E) = \text{cte} [(E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2}]^{1/2}$.



Le graphique suivant illustre les fonctions de Kurie obtenues avec un neutrino massif ou non .

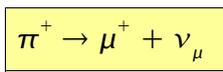
Les meilleures mesures actuelles permettent de placer une limite supérieure sur la masse du neutrino électronique :

- $m_{\nu_e} < 2,8 \text{ eV}$ à 95% de niveau de confiance , Weinheimer et al. , PL B 460 (1999) 219
- $m_{\nu_e} < 2,5 \text{ eV}$ à 95% de niveau de confiance , Lobashev et al., PL B 460 (1999) 227

En réalité, on ne mesure pas la masse du neutrino électronique qui n'est pas définie mais une combinaison de spectres dans chacun desquels un neutrino de masse définie (soit m_1, m_2 ou m_3) est émis.

4.3 Mesure de la masse du neutrino muonique :

Le principe de cette mesure consiste à déterminer la quantité de mouvement du muon qui est émis dans la désintégration du pions positif à l'arrêt :



Pour réaliser cette expérience (au PSI à Zurich), on produit des pions dans une cible en graphite par bombardement à l'aide d'un faisceau de protons de 590 MeV. Les pions négatifs sont absorbés par les noyaux et une petite fraction des pions positifs sont arrêtés dans la cible.

La masse du neutrino muonique est alors fournie par la formule suivante :

$$m_{\nu_\mu}^2 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2 m_\pi (m_\mu + p_\mu)^{1/2}$$

Si on connaît avec précision les valeurs des masses du pion et du muon , et si l'on mesure p_μ , la quantité de mouvement du muon émis à l'aide d'un spectromètre magnétique à haute résolution, on peut calculer m_{ν_μ} .

La meilleure limite actuelle obtenue par cette technique est :

$$m_{\nu_\mu} < 170 \text{ keV} \text{ à } 90 \% \text{ de niveau de confiance , Assamagan et al , PR D53 (1996) 6065 .}$$

À nouveau, ce qui est mesuré ici n'est pas à proprement parler la masse du neutrino muonique mais une combinaison des masses m_1, m_2 et m_3 .

4.4 mesure de la masse du neutrino taunique :

Une limite sur la masse du neutrino taunique est obtenue par l'étude des canaux de désintégration multi-hadroniques du lepton tau à LEP ($e^+e^- \rightarrow \tau^+ + \tau^-$ à $\sqrt{s} = m_z$). Le tau a une masse relativement élevée : $m_\tau = 1777,03 \pm 0,3$ MeV. Les décroissances multi-hadroniques (plusieurs pions + un neutrino taunique) permettent de restreindre le $\langle\langle Q \rangle\rangle$ de la réaction et d'accroître la sensibilité de cette mesure.

L'étude la plus précise a été réalisée par la collaboration ALEPH. Elle concerne les canaux multi-hadroniques qui suivent :

- $\tau^- \rightarrow 2 \pi^- \pi^+ \nu_\tau$
- $\tau^- \rightarrow 3 \pi^- 2 \pi^+ \nu_\tau$
- $\tau^- \rightarrow 3 \pi^- 2 \pi^+ \pi^0 \nu_\tau$

Ces canaux peuvent être décrits par une décroissance à deux corps :

$$\tau^-(E_\tau, \vec{p}_\tau) \rightarrow h^-(E_h, \vec{p}_h) + \nu_\tau(E_\nu, \vec{p}_\nu)$$

Dans le repère au repos du tau, on peut déterminer l'énergie totale du système hadronique :

$$E_h^* = \frac{m_\tau^2 + m_h^2 - m_\nu^2}{2m_\tau}, \text{ dans laquelle } m_h \text{ est la masse invariante du système hadronique.}$$

Dans le référentiel du laboratoire en appliquant la transformée de Lorentz adéquate, on obtient :

$$E_h = \gamma(E_h^* + \beta p_h^* \cos \theta),$$

où β est la vitesse du tau, $\gamma = (1/(1-\beta^2))^{1/2}$, θ est l'angle entre la direction de propagation du tau et celle du système hadronique. Les taus sont supposés produits à l'énergie du faisceau d'électrons ($m_z/2$).

On ne mesure pas la direction de propagation du tau, donc il n'est pas possible de déterminer E_h directement dans la formule précédente, mais on sait tout de même que : $E_h^{\max., \min.} = \gamma(E_h^* \pm \beta p_h^*)$. Ainsi pour une masse de neutrino donnée et une masse du système hadronique mesurée on peut déterminer un intervalle d'encadrement pour E_h . Inversement pour une distribution (densité) d'événements mesurés en fonction de m_h et E_h , on peut extraire par une méthode d'estimation statistique une contrainte sur la masse du neutrino taunique.

La technique complète consiste à ajuster la valeur de la masse du neutrino en utilisant une méthode de maximum de vraisemblance de telle manière que la distribution en m_h et E_h des événements soit la plus réaliste possible.

Le résultat obtenu par ALEPH est : $m_{\nu_\tau} < 18,2$ MeV à 95 % de niveau de confiance.

5 Oscillations de neutrinos :

5.1 Introduction :

Les champs d'interaction faible des neutrinos, introduits au paragraphe 4.1, permettent (par exemple dans les désintégrations bêta de noyaux radioactifs) de créer des antineutrinos de masses définies, mais à condition de disposer d'une résolution de mesure suffisamment bonne :

$$m_\nu^2 = E_\nu^2 - p_\nu^2 \Rightarrow \Delta(m_\nu^2) = [4E_\nu^2 \Delta(E_\nu)^2 + 4p_\nu^2 \Delta(p_\nu)^2]^{1/2} ,$$

Pour pouvoir séparer deux états de masses distinctes , il faut au minimum disposer d'une résolution expérimentale sur la quantité de mouvement telle que :

$$2\sqrt{2} p_\nu \Delta(p_\nu) < |m_1^2 - m_2^2| \quad \text{ou encore , } \Delta(p_\nu) < \frac{|m_1^2 - m_2^2|}{2\sqrt{2} p_\nu} .$$

Le principe d'incertitude de Heisenberg exige cependant que :

$$\Delta(x) > \frac{1}{\Delta(p_\nu)} > \frac{2\sqrt{2} p_\nu}{|m_1^2 - m_2^2|} , \text{ qui est une longueur bien supérieure au mètre dans les cas réels}$$

rencontrés .

En général, la position d'émission des antineutrinos (ou des neutrinos) est connue avec une précision meilleure que cela . Ceci entraîne qu'on ne peut pas séparer les états de masses au moment de l'émission des antineutrinos . Il se forme alors une superposition cohérente d'états de masses définies, qui pour un cas général d'émission de neutrinos s'écrit :

$$\nu_l = \sum_{m=1}^3 U_{lm} \nu_m \text{ avec } l=e, \mu, \tau$$

Un faisceau de neutrinos d'une saveur donnée, créés avec une quantité de mouvement définie p_ν à l'instant $t=0$, est décrit par la fonction d'onde suivante :

$$\psi_l(x, t=0) = \sum_m U_{lm} \nu_m e^{i p_\nu x}$$

qui évolue en fonction du temps selon : $\psi_l(x, t) = \sum_m U_{lm} \nu_m e^{i p_\nu x} e^{-i E_m t}$, avec :

$$E_m = \sqrt{(p_\nu^2 + m_m^2)} \quad \text{qui se réduit à : } E_m \simeq p_\nu + \frac{m_m^2}{2 p_\nu} \quad \text{car } m_m \ll p_\nu , \text{ ce qui signifie en outre que les}$$

neutrinos voyagent à une vitesse très proche de celle de la lumière et donc $x = t$ (unités naturelles).

On obtient donc :

$$\psi_l(x, x) = \psi_l(t, t) = \psi_l(x) = \sum_m U_{lm} \nu_m e^{-i [m_m^2/2 p_\nu] x} .$$

Par ailleurs :

$$\nu_m = \sum_{l'} U_{l'm}^* \nu_{l'} .$$

Si la symétrie CP est conservée dans le processus leptoniques, alors les éléments de la matrice de mélange MNS sont réels , on a alors :

$$\nu_m = \sum_{l'} U_{l'm} \nu_{l'} \quad , \text{ qui permet d'obtenir : } \quad \psi_l(x) = \sum_{l'} \sum_m [U_{lm} e^{-i[m_m^2/2p_\nu]x} U_{l'm}] \nu_{l'}$$

dans laquelle on s'aperçoit que le fonction d'onde contient maintenant tous les types de neutrinos . La probabilité qu'un neutrino de type l se soit transformé en en neutrino de type l' est donnée par :

$$\begin{aligned} P(l \rightarrow l', x) &= \left[\sum_m U_{lm} e^{i[m_m^2/2p_\nu]x} U_{l'm} \right] \cdot \left[\sum_{m'} U_{lm'} e^{-i[m_{m'}^2/2p_\nu]x} U_{l'm'} \right] \\ &= \sum_m U_{lm}^2 U_{l'm}^2 + \sum_{m \neq m'} U_{lm} U_{lm'} U_{l'm'} U_{l'm} \cos\left(2\pi \frac{x}{L_{mm'}}\right) \end{aligned}$$

avec :

$$L_{mm'} = 2\pi \frac{2 p_\nu}{m_m^2 - m_{m'}^2} \quad , \text{ qui est appelée la longueur d'oscillation entre } \nu_m \text{ et } \nu_{m'}$$

Cette fonction de probabilité exhibe un magnifique comportement oscillatoire ! Les oscillations de neutrinos ne peuvent être observées que si les masses m_1, m_2 et m_3 ne sont pas toutes identiques et si le neutrino initial (émis dans un processus d'interaction faible) est créé dans une superposition cohérente d'états propres de masse .

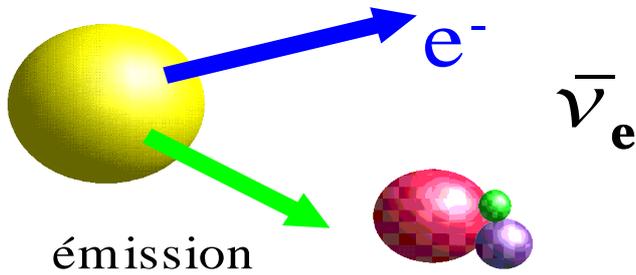
Si le mélange n'est effectif qu'entre deux familles, la matrice de mélange peut simplement s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \nu_a \\ \nu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

et la probabilité de transformation d'un neutrino d'un type en un autre est alors donnée par la formule :

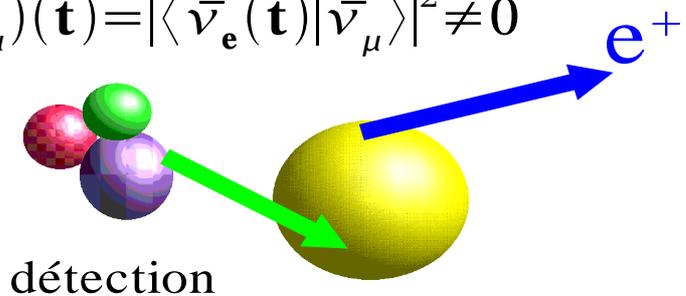
$$P(\nu_a \rightarrow \nu_b, x) = \sin^2 \theta \sin^2 1,27 \cdot \frac{|m_1^2(\text{eV}^2) - m_2^2(\text{eV}^2)| \cdot x(\text{m})}{E_\nu(\text{MeV})}$$

La figure suivante donne une visualisation graphique des oscillations de neutrinos dans le vide :



Évolution libre

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)(t) = |\langle \bar{\nu}_e(t) | \bar{\nu}_\mu \rangle|^2 \neq 0$$



5.2 Équation du mouvement :

Une autre façon de décrire le phénomène des oscillations de neutrinos consiste à résoudre l'équation de Schrödinger dans le système des états propres de masses, dans un premier temps, puis de remplacer ceux-ci par leurs expressions en fonction des états propres faibles. Cette démarche est utile pour comprendre ce qui se passe lorsque les neutrinos se propagent dans un milieu matériel, c'est-à-dire lorsqu'il existe une énergie potentielle d'interaction additionnelle.

Dans un modèle à deux saveurs, les deux équations de Schrödinger peuvent s'écrire sous une forme matricielle de la façon suivante :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \nu_M = H \nu_M = \begin{pmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{pmatrix} \nu_M = E_M \nu_M \text{ avec } \nu_M = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} .$$

Pour des neutrinos ultra-relativistes, nous avons : $E_M = p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2p} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix} = p + \frac{1}{2p} M_M$,

dans laquelle p est l'impulsion du neutrino. Ceci conduit à :

$i \frac{\partial}{\partial t} \nu_M = (p + \frac{1}{2p} M_M) \nu_M$ qui peut encore s'écrire $i \frac{\partial}{\partial t} \nu_M = \frac{1}{2p} M_M \nu_M$ car p induit une phase commune et inobservable dans l'expression des vecteurs d'états.

On peut maintenant substituer dans cette formule, les états propres de masses par leurs valeurs en fonction des états propres de l'interaction faible :

$$\nu_l = U \nu_M = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}, \text{ ce qui conduit à : } i \frac{\partial}{\partial t} U^+ \nu_l = \frac{1}{2p} M_M U^+ \nu_l \text{ ou encore :}$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \nu_l = \frac{1}{2p} M_l \nu_l \text{ avec :}$$

$$M_l = U M_M U^+ = \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & \frac{1}{2} \Delta \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \Delta \sin 2\theta & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \text{ et } \Delta = m_2^2 - m_1^2 .$$

En soustrayant à cette matrice une constante (phase commune dans les vecteurs d'états) que l'on choisit comme étant : $m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta - \frac{1}{2} \Delta \cos 2\theta$, on aboutit alors à :

$$M_l = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\Delta \cos 2\theta & \Delta \sin 2\theta \\ \Delta \sin 2\theta & \Delta \cos 2\theta \end{pmatrix} .$$

Les équations du mouvement peuvent se transformer pour donner :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega^2 \right) \nu_l = 0 \text{ avec : } \omega^2 = a^2 + b^2 \text{ et } a = \frac{\Delta \cos 2\theta}{4p}, \quad b = \frac{\Delta \sin 2\theta}{4p}$$

dont les solutions générales sont :

$$\nu_l(t) = A_l^- e^{-i\omega t} + A_l^+ e^{i\omega t} \text{ avec la condition : } \sum_l |\nu_l(t)|^2 = 1 \text{ ce qui conduit aux relations suivantes :}$$

$$A_e^{-2} + A_e^{+2} + A_\mu^{-2} + A_\mu^{+2} = 1 \text{ et } A_e^- \cdot A_e^+ + A_\mu^- \cdot A_\mu^+ = 0 .$$

Dans le cas particulier où on cherche à décrire l'évolution d'un faisceau pur en neutrinos électroniques à $t=0$, c'est-à-dire $\nu_e(0) = 1$, $\nu_\mu(0) = 0$, on aboutit aux constantes suivantes :

$$A_e^- = \sin^2 \theta, \quad A_e^+ = \cos^2 \theta, \quad A_\mu^- = \sin \theta \cos \theta, \quad A_\mu^+ = -\sin \theta \cos \theta$$

ce qui donne pour la probabilité de trouver un neutrino de type muonique à un temps t :

$$|\nu_\mu(t)|^2 = A_\mu^{-2} + A_\mu^{+2} + 2 A_\mu^- A_\mu^+ \cos 2\omega t = \sin^2(2\theta) \sin^2(\omega t),$$

on retrouve ici la même expression que ce qu'on avait trouvé dans l'introduction, à condition de remarquer

$$\text{que : } t = x(\text{m}), \quad \omega = \frac{1,27 \Delta (\text{eV}^2)}{p(\text{MeV})} .$$

5.3 Oscillations dans un milieu matériel :

En se propageant dans un milieu matériel, les neutrinos sont amenés à interagir avec les particules qui le composent. Cette interaction donne lieu, en partie, à un phénomène de diffusion cohérente qui ajoute un terme d'énergie potentielle au Hamiltonien régissant les états propres de l'interaction faible dans les équations d'évolution que nous avons vues dans le chapitre précédent. Ce terme d'énergie potentielle (de diffusion cohérente) comporte une contribution en courant chargé qui n'est possible que lorsqu'il s'agit d'un neutrino électronique et une contribution en courant neutre qui est commune aux autres types de neutrinos.

Dans le modèle le plus simple mettant en scène deux neutrinos, la matrice de masses des états d'interaction faible (états qui interagissent) peut intuitivement s'écrire :

$$M_I^m = \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta + A_C + A_N & \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \Delta_0 \sin 2\theta & m_2^2 \cos^2 \theta + m_1^2 \sin^2 \theta + A_N \end{pmatrix},$$

dans laquelle :

$$A_C = 2 p_\nu V_C = 2 p_\nu \sqrt{2} G_F N_e \text{ et } A_N = 2 p_\nu V_N = -2 p_\nu \frac{1}{\sqrt{2}} G_F N_n, \text{ et } \Delta_0 = m_2^2 - m_1^2$$

où :

- p_ν et la quantité de mouvement du neutrino ;
- G_F est la constante de Fermi ;
- V_C et V_N sont les termes effectifs d'énergie potentielle en courant chargé et neutre ;
- N_e et N_n sont les densités d'électrons et de neutrons dans le milieu ;
- A_C et A_N sont les contributions à la matrice de masses induites par les potentiels considérés ci-dessus (se rappeler que $E^2 = (p+V)^2 + m^2$ lorsque le système n'est plus conservatif)

Dans le soleil l'ordre de grandeur des potentiels effectifs est de 10^{12} eV, de sorte qu'un neutrino de 10 MeV possède un terme de masse induit de l'ordre de 10^4 eV².

En diagonalisant cette matrice, on obtient les masses carrées effectives et l'angle de mélange effectif des deux neutrinos (d'états de masses définies) se propageant dans le milieu :

$$\mu_1^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} - \frac{1}{2} ((\Delta_0 \cos 2\theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin 2\theta)^2)^{1/2}$$

$$\mu_2^2 = \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{A_C + 2A_N}{2} + \frac{1}{2} ((\Delta_0 \cos 2\theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin 2\theta)^2)^{1/2}$$

avec :

$$\Delta = \mu_2^2 - \mu_1^2 = ((\Delta_0 \cos 2\theta - A_C)^2 + (\Delta_0 \sin 2\theta)^2)^{1/2}$$

On voit que la modification des masses effectives est due aux courants chargé et neutre. Cependant dans le phénomène d'oscillation, c'est Δ qui compte, et celle-ci ne dépend pas du courant neutre qui est communément ressenti par les deux saveurs de neutrinos. On peut aussi remarquer qu'il existe une différence de masses carrées effectives dans tous les cas, même si la différence de masses carrées dans le vide est nulle (donc même si les neutrinos sont de masses nulles dans le vide).

L'angle de mélange effectif est donné par :

$$\sin^2 \phi = \frac{\sin^2 2\theta}{\cos^2(2\theta)\left(1 - \frac{A_C}{A_R}\right)^2 + \sin^2(2\theta)} \quad \text{avec : } A_R = \Delta_0 \cos 2\theta \quad (\text{valeur à la résonance}).$$

Pour $A_C = A_R$ on obtient $\sin^2 2\phi = 1$ quelle que soit la valeur de $\sin^2 2\theta$. On remarque également que la différence de masses effectives est minimale à la résonance : $\Delta_R = \Delta_0 \sin 2\theta$.

Dans un corps massif comme le soleil (une super nova ou la terre), la densité de matière change en fonction du rayon, c'est-à-dire A_C devient une fonction de la distance ou du temps (car $t = x$ dans le système d'unités naturelles) $A_C(t)$, ainsi que $\Delta(t)$ et $\phi(t)$. Il n'existe plus de solution analytique simple à l'équation du mouvement. En général on a recours à des techniques de calculs numériques.

Qualitativement, on peut cependant dire que si la vitesse de variation de l'angle de mélange effectif demeure assez faible, on peut se retrouver dans la zone de résonance (δr_R) dans une situation où les neutrinos parcourent un assez grand nombre de longueurs d'oscillations avec un angle de mélange maximal et deviennent pour moitié des neutrinos électroniques et pour l'autre moitié des neutrinos muoniques. Cette situation se rencontre lorsque le paramètre d'adiabaticité :

$$Q = \frac{2\pi \delta r_R}{L_R} \gg 1,$$

dans laquelle : $\delta r_R = \frac{2 \tan(2\theta)}{\left| \frac{1}{N_e} \frac{dN_e}{dr} \right|_R}$ et $L_R = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta_0 \sin 2\theta}$ (longueur d'oscillation à la résonance).

Quand un neutrino électronique est créé dans le coeur du soleil dans une région où $A \gg A_R$ (vers le centre), il naît dans un état qui correspond presque à ν_2 car ϕ est voisin de 90° . Par ailleurs $\sin^2 2\phi$ est faible et par conséquent l'oscillation est de très faible amplitude. Lorsque ce neutrino arrive dans la zone de résonance, l'oscillation s'accroît fortement et le neutrino devient moitié électronique, moitié muonique. Dans son voyage vers la surface, le ν_2 voit encore sa composante muonique croître car à la sortie du soleil on a :

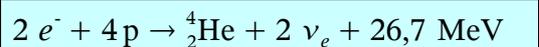
$$\nu_2 = \cos \theta \nu_\mu + \sin \theta \nu_e \quad \text{avec un } \sin \theta \text{ qui a décré.}$$

Cette amplification de l'oscillation qui peut se produire pour de petits angles de mélange dans le vide, est appelée l'effet MSW pour Mikheyev, Smirnov et Wolfenstein, les noms des trois physiciens qui en sont à l'origine.

5.4 La situation expérimentale :

Neutrinos solaires

Au sein des étoiles jeunes telles que le soleil, l'hydrogène se transforme en hélium par interaction faible suivant un cycle de réactions qui peut être simplifié sous la forme suivante :



Le flux de neutrinos solaires, tous de type électronique, calculé à la surface de la terre est d'environ $6,4 \cdot 10^{10}$ neutrinos $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$.

Le cycle complet des réactions de la chaîne pp est donné sur la figure suivante :

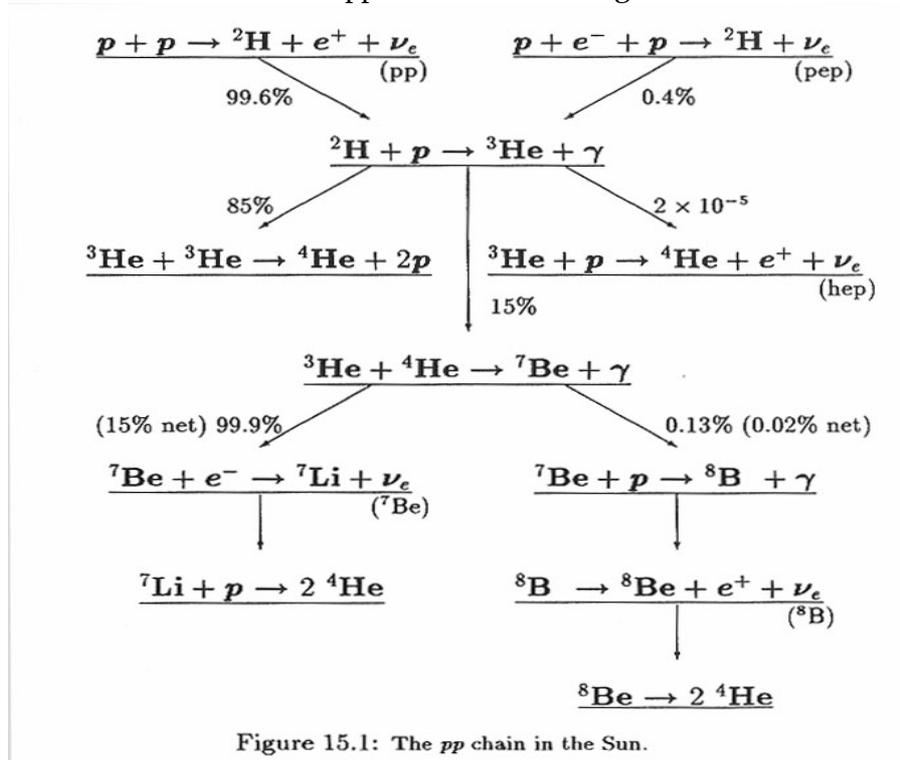
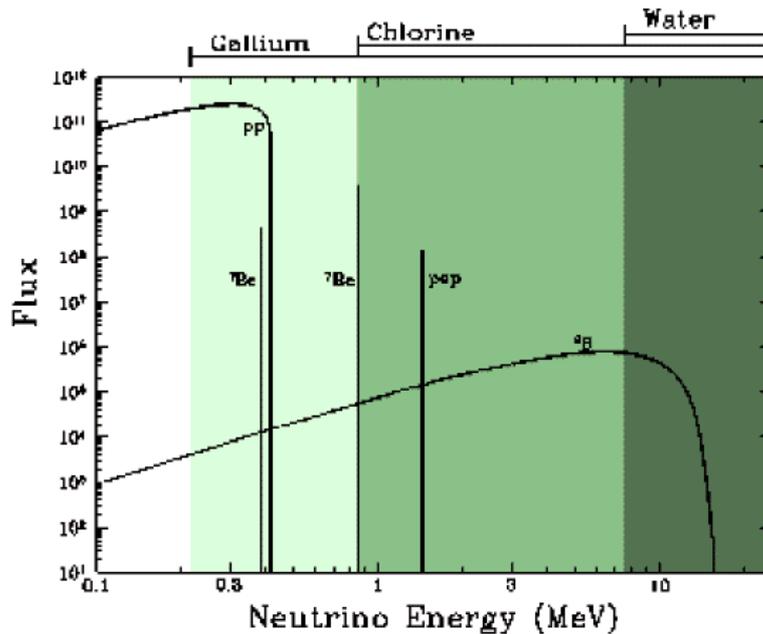


Figure 15.1: The pp chain in the Sun.

La détection de ce flux de neutrinos solaires prouve que la combustion de l'hydrogène dans le soleil est réelle : prix Nobel 2002 de R. Davis et M. Koshiba . Le spectre en énergie des neutrinos solaires est donné sur la figure qui suit :



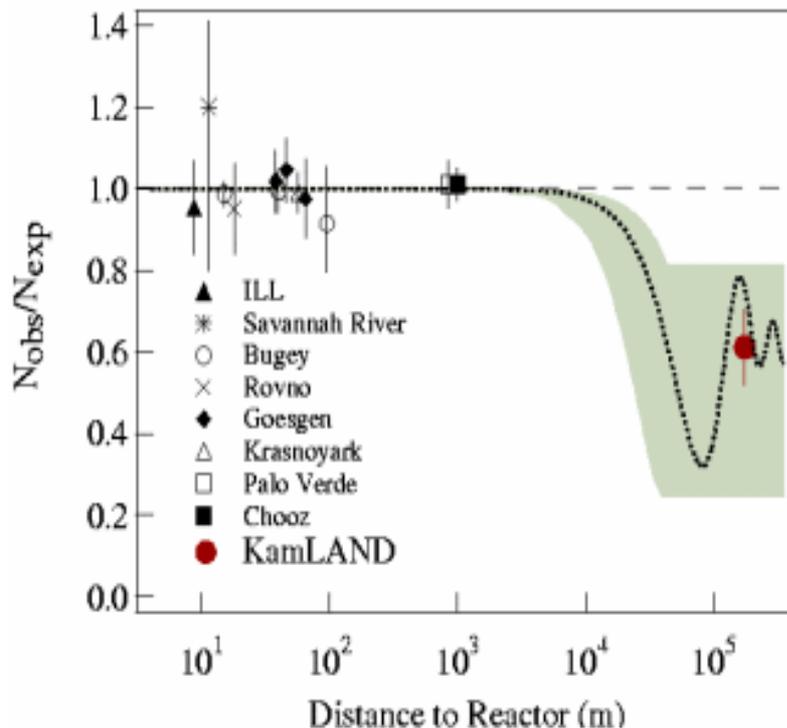
Les cinq expériences qui ont mesuré le flux de neutrinos solaires trouvent des valeurs plus faibles que ce qui est attendu :

- Homestake : $\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}$ $2,56 \pm 0,16 \pm 0,16$ SNU / $7,7 \pm 1,2$ SNU (33% +/- 9%)
- Gallex + GNO : $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}^*$ $74,1 \pm 5,4 \pm 4,0$ SNU / 129 ± 8 SNU (57% ± 7%)
- SAGE : $\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge}^*$ $75,4 \pm 7 \pm 3,2$ SNU
- Super Kamiokande : $\nu_e + e^- \rightarrow e^- + \nu_e$ $2,4 \pm 0,03 \pm 0,08$ $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ / $5,15 \pm 0,20$ $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (47% ± 2%)
- SNO : $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ (CC) ; $\nu_x + d \rightarrow p + n + \nu_x$ (NC) ; $\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$ (ES)
 $\Phi_{NC} = 5,09 \pm 0,44 \pm 0,45$ / $5,05 \pm 0,9$ $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (le flux de neutrinos de tous types est conforme à la théorie ; ce qui conforte le modèle de combustion du soleil)
 $\Phi_{CC} = 1,76 \pm 0,06 \pm 0,09$ $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (le flux de neutrinos électroniques est déficitaire)
 $\Phi_{\mu\tau} = 3,41 \pm 0,45 \pm 0,47$ $10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (il existe des neutrinos non-électroniques sortant du soleil)
- 1 SNU (Solar Neutrino Unit) 1 capture par seconde pour 10^{36} noyaux cibles .

neutrinos de réacteurs

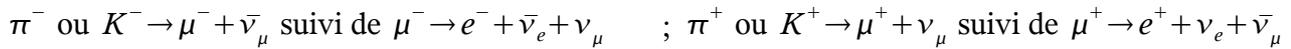
Les réacteurs nucléaires sont de puissants émetteurs d'anti-neutrinos électroniques (F. Reines a découvert le neutrino auprès d'un réacteur, prix Nobel 1995) . Selon leur puissance, ils peuvent émettre jusqu'à 200 MW d'énergie sous la forme d'anti-neutrinos . C'est auprès du réacteur de l'ILL qu'a eu lieu la première expérience de recherche d'oscillations de neutrinos (fin des années 70).

L'expérience KamLAND observe un déficit du flux de neutrinos en provenance de plus de 25 réacteurs japonais sur une distance moyenne de 180 km . La figure qui suit présente le flux observé comparé aux prédictions pour KamLAND et une série d'autres expériences précédentes réalisées à des distances plus courtes du réacteur source :



Neutrinos atmosphériques :

Les gerbes de particules cosmiques produisent des pions et dans une moindre mesure des kaons dans la haute atmosphère qui décroissent ensuite en produisant des neutrinos :



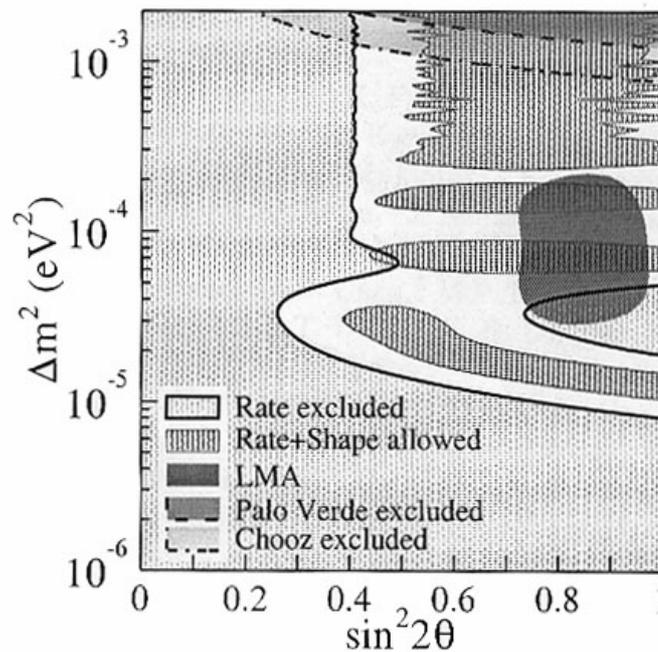
On constate que $\Phi_{\nu_\mu} / \Phi_{\nu_e} \simeq 2$. Ces flux ont été mesurés dans l'expérience Super-Kamiokande (50 kt d'eau observée par effet Tcherenkov). Le résultat actuel est :

$$R = \frac{(N_\mu / N_e)_{exp.}}{(N_\mu / N_e)_{th.}} = 0,65 \pm 0,02 \pm 0,05 \quad \text{pour des neutrinos d'énergie inférieure à 1 GeV .}$$

Si on examine ces résultats dans le détail, on constate que tout porte à croire qu'une partie des neutrinos muoniques a disparu .

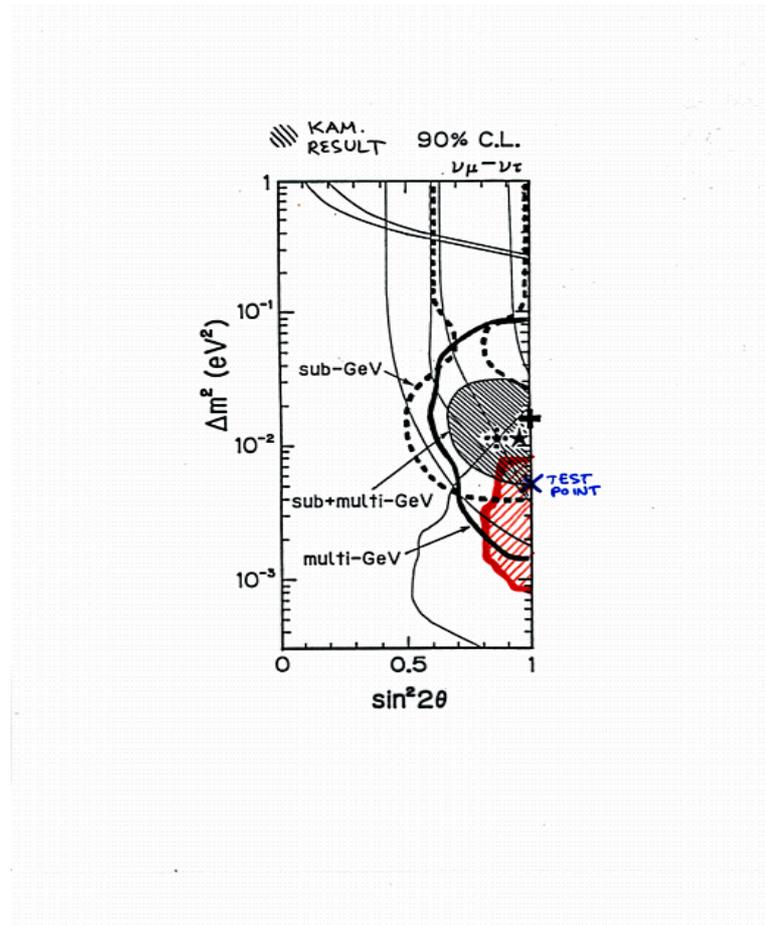
Interprétation de ces résultats :

Le déficit des neutrinos solaires et de réacteurs est interprété comme une oscillation entre neutrinos de types électronique et muonique . La figure ci-dessous donne les solutions en angle de mélange et en différence de masses carrées compatibles avec les expériences :



Pour le système $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$, on obtient $\Delta_0 = 6,9 \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$ pour la meilleure solution avec un angle de mélange maximal : $\sin^2 2\theta \simeq 1$.

Les neutrinos atmosphériques sont observés sur une toute autre distance de vol. Ceci requièrent une solution différente qui est fournie par une oscillation dans le système $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$. La figure qui suit donne le contour des solutions possibles :



Pour le système $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$, on obtient $\Delta_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$ pour la meilleure solution avec un angle de mélange maximal : $\sin^2 2\theta \approx 1$.

6 Pour en savoir plus :

- Neutrinos in Physics and Astrophysics, C. W. Kim and A. Pevsner, Harwood
- The Physics of Massive Neutrinos, B. Kaiser, F. Gibrat-Debu, F. Perrier, World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 25, World Scientific
- Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics, R. Mohapatra and P. Pal, World Scientific Lecture Notes in Physics, Vol. 41, World Scientific
- Helicity of neutrinos, M. Goldhaber et al., Phys. Rev. 109 (1958) 1015
- Observation of tau neutrino interactions, DONUT collaboration, Phys. Letters B 504 (2001) 218
- S. Bilenky and S. Petcov, Rev. of Mod. Physics 59 (1987) 671
- P. Frampton and P. Vogel, Phys. Rep. 82 (1982) 339