

Classification des particules subatomiques

Propriétés des interactions fondamentales

Table des matières

1	Particules élémentaires matérielles :.....	3
1.1	Leptons :.....	3
1.2	Quarks :.....	4
2	Particules composites , les hadrons :.....	5
2.1	Mésons :	5
	Rappels sur la théorie de l'isospin fort des nucléons :.....	5
	Exercice 1 :	6
	Les pions :.....	6
	Les mésons fondamentaux du groupe SU(3) de la saveur :.....	7
2.2	Baryons du groupe SU(3) :.....	11
2.3	Spin U :.....	13
	Exercice 2 :.....	15
2.4	La couleur :.....	15
2.5	Hadrons du groupe SU(4) :.....	16
3	Quelques propriétés des interactions fondamentales :.....	17
3.1	Les quatre interactions fondamentales :.....	17
3.2	Intensités relatives :	17
	Gravitation	17
	Électromagnétisme.....	18
	Interaction faible.....	18
	Interaction forte.....	18
	En résumé	18
3.3	Les nombres quantiques conservés :.....	19
4	Pour en savoir plus :.....	20
5	Exercices :.....	21
5.1	Exercice 3 : Unités naturelles	21
5.2	Exercice 4 : révision de cinématique relativiste.....	21
5.3	Exercice 5 : recherche d'une résonance exotique étrange (S= +1) en photoproduction sur une cible de protons.....	21
5.4	Exercice 6 : moments magnétiques des baryons.....	22
5.5	Exercice 7 : Masses des baryons fondamentaux (L=0).....	23

«En outre, parmi les corps, certains sont des composés, les autres ce avec quoi les composés sont faits ; ces corps-ci sont insécables et immuables, s'il est vrai que toutes choses ne sont pas destinées à se détruire dans le non-être ; au contraire ils ont la force de subsister dans les dissolutions des composés, étant pleins par la nature, n'ayant rien par où ni par quoi ils pourraient être dissous. De sorte que les principes sont nécessairement les natures corporelles insécables.»

Épicure, lettre à Hérodoté

1 Particules élémentaires matérielles :

Ce sont les constituants élémentaires de la matière qui, dans la limite de nos moyens expérimentaux actuels, sont observés comme étant ponctuels ; c'est-à-dire dépourvus d'une sous-structure à une échelle de résolution spatiale de l'ordre de 10^{-4} fm. De la même manière que les musiques les plus raffinées peuvent être composées à partir de quelques types de notes seulement, toutes les formes de matière connues dans notre univers sont les produits de l'assemblage de ces quelques constituants élémentaires.

Les particules élémentaires de matière possèdent toutes un spin 1/2 et une masse, même si celle-ci est encore mal mesurée pour ce qui concerne les neutrinos (le phénomène des oscillations de neutrinos prouve cependant que ces particules sont massives) ou difficile à définir dans le cas des quarks. On peut également les rencontrer classées sous la dénomination «fermions fondamentaux» . Il en existe de deux types : les leptons et les quarks.

Il est important de garder à l'esprit que le caractère ponctuel des particules élémentaires est un héritage conceptuel de la mécanique newtonienne. Cette hypothèse est critiquable sur le plan de sa propre logique : en effet est-il cohérent de penser qu'un objet sans dimension puisse porter une charge, un spin, un moment magnétique, une masse... Des approches nouvelles développées depuis le début des années 1980 tendent à remplacer ce concept par un modèle de cordes quantiques évoluant dans des espaces possédant des dimensions additionnelles. Ces approches – beaucoup plus complexes mathématiquement - pourraient résoudre certaines divergences des théories actuelles, réaliser l'unification de toutes les forces fondamentales et répondre à certaines interrogations comme par exemple l'origine de la quantification de la charge électrique.

1.1 Leptons :

Les leptons (en grec particules légères) regroupent tous les fermions fondamentaux qui sont insensibles à l'interaction forte .

électron	muon	tau
e^-	μ^-	τ
$m_e = 0,511 \text{ MeV}$	$m_\mu = 105,7 \text{ MeV}$	$m_t = 1777 \text{ MeV}$
neutrino électronique	neutrino muonique	neutrino tau
ν_e	ν_μ	ν_τ
$0 < m_\nu < 2,5 \text{ eV}$	$0 < m_\nu < 170 \text{ keV}$	$0 < m_\nu < 18 \text{ MeV}$

L'électron, le muon et le tau portent une charge électrique négative de même valeur absolue : $|q_e|$. Les neutrinos sont électriquement neutres. De ce fait, ils ne sont pas directement sensibles aux interactions électromagnétiques.

Chacune de ces trois familles possède un nombre quantique additif qui se conserve au premier ordre (la seule exception connue à ce jour se rencontre dans le phénomène des oscillations de neutrinos) dans toutes les interactions connues :

- nombre leptonique électronique L_e : $L_e(e^-) = L_e(\nu_e) = -L_e(e^+) = -L_e(\bar{\nu}_e) = 1$; 0 pour tous les autres fermions ;
- nombre leptonique muonique L_μ : $L_\mu(\mu^-) = L_\mu(\nu_\mu) = -L_\mu(\mu^+) = -L_\mu(\bar{\nu}_\mu) = 1$; 0 pour tous les autres fermions ;

- nombre leptonique taunique $L_\tau : L_\tau(\tau) = L_\tau(\nu_\tau) = -L_\tau(\tau^+) = -L_\tau(\bar{\nu}_\tau) = 1 ; 0$ pour tous les autres fermions ;
- toute réaction doit alors simultanément respecter les trois relations suivantes : $\sum_i L_e^i = \sum_f L_e^f$, $\sum_i L_\mu^i = \sum_f L_\mu^f$, $\sum_i L_\tau^i = \sum_f L_\tau^f$, dans lesquelles l'indice i court sur les leptons de la voie d'entrée et f sur ceux de la voie de sortie .

Le nombre quantique leptonique total - qui est défini pour une particule n donnée par : $L_{tot}^n = \sum_{l=e, \mu, \tau} L_l^n$

- est toujours conservé dans tous les processus mesurés jusqu'ici y compris dans les oscillations de neutrinos.

1.2 Quarks :

Les quarks regroupent les fermions fondamentaux qui portent des charges électriques fractionnaires. Ils sont sensibles à toutes les interactions, et en particulier à l'interaction forte. Il existe six espèces de quarks qui se différencient par une propriété que l'on nomme la saveur .

	quark up (I₃ = 1/2)	quark charmé (C = 1)	quark top (T = 1)
$q = \frac{2}{3} q_e $	u	c	t
	1,5 MeV < m _u < 4 MeV	1,15 GeV < m _d < 1,35 GeV	m _t = 178,0 +/- 4,3 GeV
	quark down (I₃ = - 1/2)	quark étrange (S = -1)	quark beau (B = -1)
$q = -\frac{1}{3} q_e $	d	s	b
	4 MeV < m _d < 8 MeV	80 MeV < m _s < 130 MeV	4,1 GeV < m _b < 4,4 GeV

À l'exception du quark t, aucun quark n'a jamais été observé individuellement. De ce fait , il n'existe pas de définition non-ambiguë de la masse des quarks. Les valeurs qui sont indiquées dans la table ci-dessus correspondent aux estimations des masses de courants ; c'est-à-dire les masses qui apparaissent dans les termes de fermions libres (particules de Dirac libres) du lagrangien de QCD. On rencontre également la notion de masse d'un quark constituant : il s'agit là de la masse d'un quark se trouvant lié dans un hadron (un état lié de plusieurs quarks) dans lequel on ignore le rôle des gluons et des quarks virtuels participant aux interactions. La différence entre ces deux valeurs de masses s'estompe pour les quarks les plus lourds. Elle s'annule pour le quark t, car du fait qu'il possède une masse très supérieure à celle du boson W (80,4 GeV), il se désintègre librement en une paire W b avant d'avoir eu le temps de «s'hadroniser» (se transformer en hadrons).

En outre, les quarks portent des nombres quantiques additifs qui sont conservés dans les processus d'interaction forte. Les quarks up et down forment un doublet d'isospin fort (I = 1/2) . À chacun des autres quarks on associe un nouveau nombre quantique qui vaut + ou - 1 : +1 pour les quarks du haut, -1 pour ceux du bas. Ce sont l'étrangeté S, le charme C, la beauté B et la «sommitalité» T .

2 Particules composites , les hadrons :

Par définition les particules composites sont assemblées à partir des fermions élémentaires présentés dans le premier chapitre. Bien qu'il existe des états liés instables (de durées de vie très courtes) de paires de leptons chargés (positonium : e^+e^-), il est d'usage de ne pas les répertorier dans la catégorie des particules composites ; car ils ne sont pratiquement jamais rencontrés dans les processus de diffusion corpusculaires. Les neutrinos ne participent à aucun état lié ; c'est une propriété constatée de l'interaction faible dont ils sont les représentants les plus fidèles.

Les particules composites se réduisent donc à celles que l'on peut bâtir à partir de quarks. Ce sont les hadrons (en grec particules fortes) : systèmes constitués de plusieurs quarks liés par l'interaction forte. La chromo-dynamique quantique (CDQ ou QCD en anglais, théorie fondamentale de l'interaction forte) prédit qu'il n'existe au premier ordre que deux types de hadrons observables à notre échelle d'énergie : les baryons (en grec particules lourdes) formés de trois quarks (états $q_1 q_2 q_3$), et les mésons (en grec particules intermédiaires) qui comptent un quark et un antiquark (états $q_1 \bar{q}_2$). Les constituants «permanents» des hadrons portent le nom de quarks de valence. Au sein des hadrons, d'autres quarks virtuels participent aux nombreuses fluctuations quantiques qui résultent de l'échange à courtes distances de gluons entre les quarks de valence. Ceux-ci sont répertoriés dans la catégorie des quarks de la «mer». Ainsi, un hadron observé avec une résolution spatiale inférieure au fermi apparaît comme un système composé de quarks (de valence et de la mer) et de gluons. Pour des raisons historiques, les particules élémentaires qui entrent dans la composition des hadrons sont appelées des partons.

2.1 Mésons :

Rappels sur la théorie de l'isospin fort des nucléons :

Le neutron et le proton exhibent dans leurs interactions fortes des propriétés suffisamment comparables pour que l'on puisse les assimiler à des particules identiques au premier ordre. Ainsi dans un noyau, un neutron peut être transformé en un proton et vice versa sans que cela ne change la masse ou le niveau d'énergie du noyau obtenu, au premier ordre. Ceci se modélise en considérant que le neutron et le proton sont des états dégénérés (projections sur le troisième axe) d'un même objet appelé nucléon qui possède un isospin (spin défini dans un nouvel espace euclidien : l'iso-espace) $1/2$:

$$N(\text{nucléon}) \quad I=1/2 \quad , \quad |p\rangle = |I=1/2, I_3=1/2\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad |n\rangle = |I=1/2, I_3=-1/2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$$

La symétrie d'isospin correspond à une invariance du système en interaction forte sous une opération du groupe SU(2) : matrices unitaires et uni-modulaires ($\det U = 1$) à deux dimensions, ou encore par rotation dans l'iso-espace. Ainsi I et sa projection I_3 sont des nombres quantiques conservés dans les processus d'interaction forte. Cette symétrie a été proposée pour la première fois par Heisenberg en 1932 à la suite de la découverte du neutron.

On constate également que $Q(\text{charge électrique}) = I_3 + \frac{N_B}{2}$, avec $N_B(\text{nombre baryonique})=1$. Le nombre baryonique est additif et vaut $1/3$ pour les quarks et $-1/3$ pour les antiquarks. Ce nombre baryonique correspond à une symétrie additionnelle de type U(1) (matrices unitaires à une dimension) de sorte que le groupe de symétrie complet d'un système de nucléons correspond au produit direct : U(1) x SU(2) qui est localement isomorphe au groupe U(2) (un élément de U(2) correspond à deux éléments de U(1) x SU(2))

Exercice 1 :

En appliquant la théorie de l'isospin fort, calculer le rapport des sections efficaces des réactions suivantes : $pp \rightarrow \pi^+ d$; $np \rightarrow \pi^0 d$, sachant que le deuton (d) possède un isospin nul et que les pions (π)

se classent dans un triplet d'isospin ($I = 1$). Réponse : $\frac{\sigma(pp \rightarrow \pi^+ d)}{\sigma(np \rightarrow \pi^0 d)} = 2$

Les pions :

Ce sont les mésons fondamentaux formés à partir des deux quarks u et d . Ce sont également les principaux vecteurs de l'interaction nucléaire qui s'exerce entre les nucléons. À l'image du neutron et du proton, les quarks u et d forment un doublet ($I = 1/2$) d'isospin fort.

En liant deux objets portant un spin $1/2$ dans un état de moment orbital relatif $L = 0$ (état fondamental), on peut construire deux systèmes de spin total $S = 1$ et 0 :

$$|S=1, S_3=1\rangle = |s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}\rangle$$

$$|S=1, S_3=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}\rangle + |s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}\rangle)$$

$$|S=1, S_3=-1\rangle = |s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}\rangle$$

$$|S=0, S_3=0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|s=\frac{1}{2}, s_3=\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=-\frac{1}{2}\rangle - |s=\frac{1}{2}, s_3=-\frac{1}{2}; s'=\frac{1}{2}, s'_3=\frac{1}{2}\rangle)$$

Les pions (états fondamentaux) portent des spins nuls ($S = S_3 = 0$), ce sont donc des particules qui possèdent un moment cinétique total ($\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$) nul.

D'une manière similaire, un système formé à partir de deux objets d'isospin $1/2$ possède un isospin résultant qui peut prendre la valeur 1 ou 0 . Cependant, le doublet d'antiquarks \bar{u} et \bar{d} doit subir une modification par rapport à son homologue $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$ pour conserver la relation $Q = I_3 + \frac{N_B}{2}$, tout en utilisant la même représentation des matrices du groupe $SU(2)$. On montre que le groupe $SU(n)$ possède $n-1$ représentations fondamentales (de dimension n) différentes ou inéquivalentes. Par conséquent, $SU(2)$ ne possède qu'une seule représentation à deux dimensions. N_B est le nombre baryonique ; $N_B = \frac{1}{3}(N_q - N_{\bar{q}})$ où N_q et $N_{\bar{q}}$ sont les nombres de quarks et d'antiquarks (de tous types confondus) contenus dans le système considéré.

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \text{ dans laquelle } U = \exp(-\frac{i}{2} \vec{\theta} \cdot \vec{\tau}) = \cos(\frac{\theta}{2}) - i \sin(\frac{\theta}{2}) \vec{\tau} \cdot \frac{\vec{\theta}}{\theta},$$

$$\text{avec, } \tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ (matrices de Pauli).}$$

En appliquant l'opérateur de conjugaison de charge (conjugaison complexe des fonctions d'onde), on obtient :

$$\begin{pmatrix} \bar{u}' \\ \bar{d}' \end{pmatrix} = U^* \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix}$$

Les matrices U^* forment une représentation à deux dimensions du groupe $SU(2)$ qui est équivalente à la représentation des matrices U . Ceci signifie qu'on peut revenir à la représentation des matrices U en effectuant un changement de base dans l'espace-support des antiquarks. Ce changement de base

correspond à : $\begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \end{pmatrix}$. On montre que : $U^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} U \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et on obtient finalement :

$\begin{pmatrix} -\bar{d}' \\ \bar{u}' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}$, dans laquelle $\begin{pmatrix} -\bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix}$ apparaît clairement comme un doublet de $SU(2)$ qui se transforme avec les mêmes «règles» que le doublet de quarks u et d . En particulier il satisfait la relation : $Q = I_3 + \frac{N_B}{2}$.

En remplaçant, dans l'expression des états de spin total ($S=1$ et $S=0$) donnés ci-dessus, $|s=1/2, s_3=1/2\rangle$ par $|u\rangle$ pour un quark et $|\bar{d}\rangle$ pour un antiquark, ainsi que $|s=1/2, s_3=-1/2\rangle$ par $|d\rangle$ pour un quark et $|\bar{u}\rangle$ pour un antiquark, on obtient les états d'isospin total suivants :

$$\begin{aligned} |I=1, I_3=1\rangle &= -|u; \bar{d}\rangle = |\pi^+\rangle \\ |I=1, I_3=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u; \bar{u}\rangle - |d; \bar{d}\rangle) = |\pi^0\rangle \\ |I=1, I_3=-1\rangle &= |d; \bar{u}\rangle = |\pi^-\rangle \\ |I=0, I_3=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|u; \bar{u}\rangle + |d; \bar{d}\rangle) \end{aligned}$$

Les pions existent dans trois états de charge $\pm|q_e|$ et 0. Par conséquent, ils se rangent dans le triplet d'isospin $I=1$. Leurs masses varient de 139,57 MeV pour les pions chargés à 134,97 MeV pour le π^0 . Si l'on tient compte d'une contribution électromagnétique, on constate que la symétrie d'isospin est exacte à quelques pour-cent près.

Les mésons fondamentaux du groupe $SU(3)$ de la saveur :

La symétrie d'isospin ($SU(2)$ de deux saveurs : u et d), qui est approximativement respectée dans les systèmes formés à partir des quarks u et d , peut être étendue d'une dimension afin d'inclure le quark étrange s . Ainsi les vecteurs d'états de saveurs des systèmes formés de quarks u , d et s sont les vecteurs de base des espaces-supports des représentations irréductibles du groupe $SU(3)$: par abus de langage, on dit que les multiplets de hadrons (formés de quarks u , d et s) se classent dans des représentations du groupe $SU(3)$. $SU(3)$ est le groupe des matrices unitaires et uni-modulaires à trois dimensions ($N=3$). Les trois dimensions représentent ici les trois saveurs : u , d et s . On postule que les hadrons composés de quarks choisis parmi u , d et s seraient symétriques (même masse, même spin ...) sous une transformation du type :

$$\begin{pmatrix} u' \\ d' \\ s' \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \text{ dans laquelle } U = \exp\left(-\frac{i}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{a}\right),$$

où $\lambda_i (i=1..8)$ sont les 8 générateurs du groupe $SU(3)$ (nbre de générateurs du groupe $SU(N) = N^2 - 1$) et \vec{a} est le vecteur (de dimension 8) des paramètres de la transformation. Les huit matrices λ_i sont les matrices de Gell-Mann. En partant d'un hadron comportant au maximum trois saveurs, et en lui appliquant une transformation U , on doit aboutir à un autre hadron possédant des propriétés comparables (même masse, mêmes moments cinétiques, même spin, même parité) ou sur une combinaison linéaire des

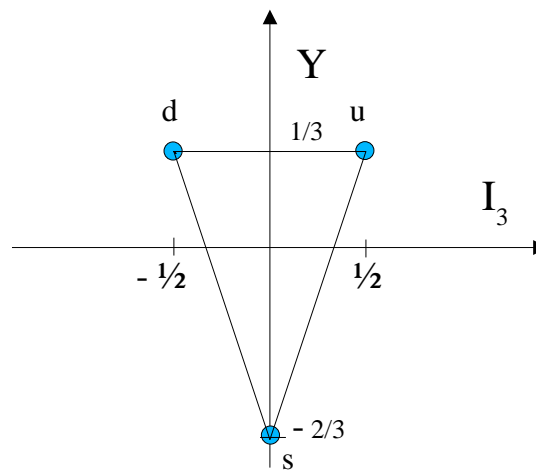
hadrons de base du même multiplet.

La classification des hadrons selon des représentations du groupe SU(3) a été développée par Gell-Mann et Ne'eman en 1961. Le modèle d'un triplet de quarks constituants à partir desquels seraient formés les hadrons fut introduit indépendamment par Gell-Mann et Zweig en 1964.

Le rang d'un groupe de Lie est égal aux nombres de générateurs commutant mutuellement . SU(2) est de rang un (I3 est le seul générateur commutant mutuellement), alors que SU(3) est de rang deux. SU(3) possède donc deux générateurs commutant mutuellement parmi 8. On peut les choisir comme étant : la troisième composante de l'isospin, ou encore I_3 ($\frac{1}{2}\lambda_3$) et l'hypercharge forte Y ($\frac{1}{\sqrt{3}}\lambda_8$); définie par la relation $Y=N_B+S$, où N_B est le nombre baryonique et S est l'étrangeté (S=-1 pour un quark s et 1 pour un antiquark s). La charge électrique d'un hadron est reliée à ces deux nombres quantiques par la relation de Gell-Mann, Nakano et Nishijima :

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} .$$

Ainsi I_3 et Y sont deux constantes du mouvement qui peuvent être utilisées pour étiqueter les vecteurs d'états des hadrons à trois saveurs. Les multiplets de SU(3) (ensembles des vecteurs d'états formant les bases des sous-espaces associés aux représentations irréductibles de SU(3)) peuvent être représentés par des diagrammes à deux dimensions dont les axes portent les nombres quantiques I_3 et Y. Les trois quarks u, d et s se rangent dans un triplet qui est associé à la représentation fondamentale de dimension 3 de SU(3) : par abus de langage on dit qu'ils forment la représentation fondamentale de dimension 3 de SU(3).

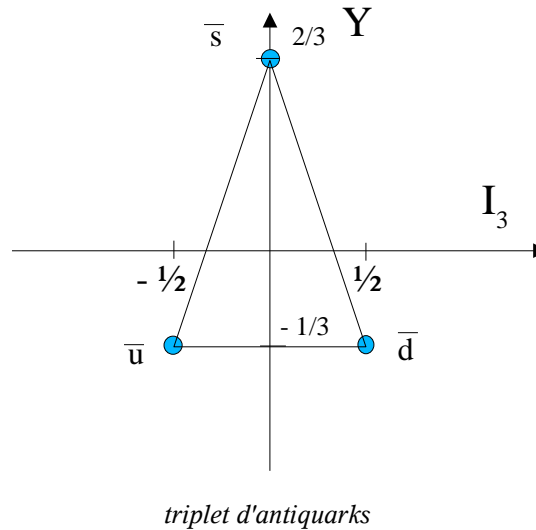


triplet de quarks u, d et s

Les trois antiquarks : \bar{u}, \bar{d} et \bar{s} se rangent également dans un triplet associé à une représentation de dimension 3 de SU(3) définie dans l'espace-support des antisaveurs : $\begin{pmatrix} \bar{u}' \\ \bar{d}' \\ \bar{s}' \end{pmatrix} = U^* \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{d} \\ \bar{s} \end{pmatrix}$. La représentation

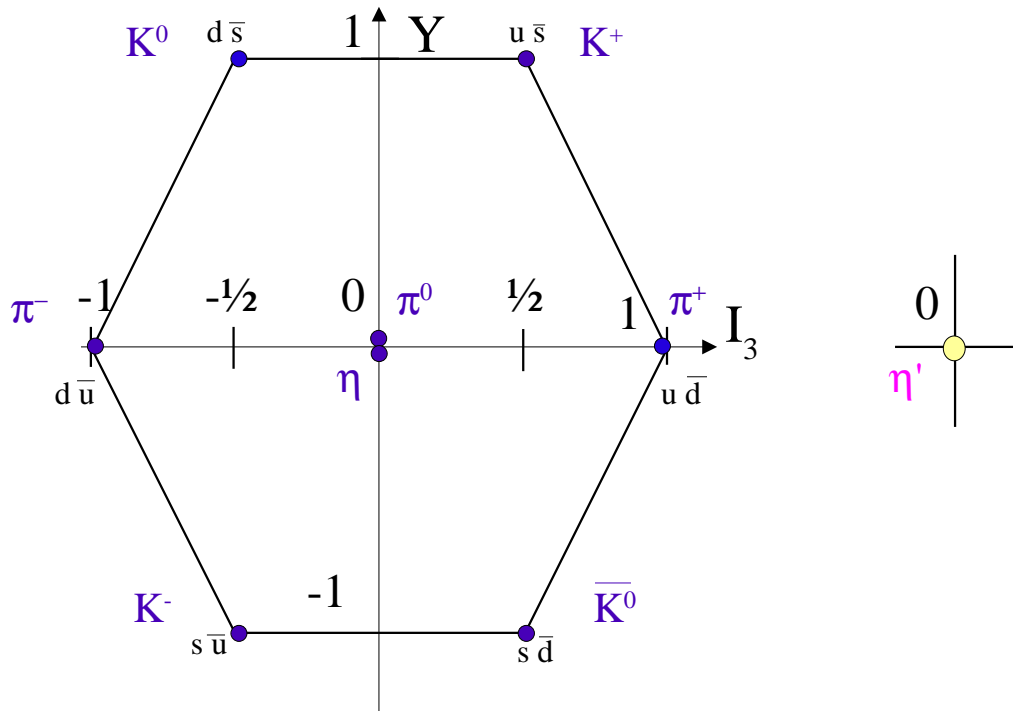
correspondante (obtenue en prenant les conjugués complexes des matrices λ_i) est notée $\bar{3}$. Elle n'est pas équivalente à la représentation 3, contrairement à ce qui se passe pour SU(2) où $2 \Leftrightarrow \bar{2}$. En effet SU(3) possède deux représentations fondamentales différentes.

Le diagramme qui lui correspond est le suivant :



Les mésons (systèmes $q\bar{q}$) assemblés à partir des quarks u, d et s (et de leurs antiquarks), s'obtiennent en combinant, selon leur produit tensoriel (produit de Kronecker), les représentations 3 et $\bar{3}$ de $SU(3)$. L'espace-support associé est le produit tensoriel des deux espaces à trois dimensions, des saveurs (premier quark) et des antisaveurs (deuxième quark). C'est un espace à neuf dimensions ; selon les neuf combinaisons possibles de quarks et d'antiquarks. Le produit tensoriel $3 \otimes \bar{3}$ se décompose en une somme directe de représentations irréductibles (dont la somme des dimensions est égale à 9) : $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$, c'est-à-dire la représentation irréductible de dimension 8, ainsi que la représentation triviale de dimension 1. Il existe donc neuf mésons fondamentaux qui se rangent selon un octet et un singlet de $SU(3)$.

Le diagramme résultant, que l'on peut obtenir en superposant sur chacun des sommets du diagramme de la représentation 3 , le triangle de la représentation $\bar{3}$, est le suivant:



mésons pseudo-scalaires

L'octet est composé de 3 multiplets et d'un singlet d'isospin :

un doublet de kaons $\begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$, un doublet d'antikaons $\begin{pmatrix} -\bar{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix}$, un triplet de pions $\begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$ et un singlet

correspondant au méson η . Les masses des kaons sont : $m_{K^\pm} = 493,7 \text{ MeV}$, $m_{K^0} = m_{\bar{K}^0} = 497,7 \text{ MeV}$.

On constate à nouveau que la symétrie d'isospin est approximativement respectée. En revanche, la symétrie SU(3) est brisée car les masses des kaons diffèrent notablement de celles des pions. Ceci était attendu car les masses des quarks u, d et s diffèrent. Les états de saveurs des kaons et des pions chargés sont donnés sur le diagramme ci-dessus. L'état de saveurs du pion neutre a déjà été exposé dans le paragraphe précédent ; il s'agit de :

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u; \bar{u}\rangle - |d; \bar{d}\rangle)$$

Quant aux états de saveurs des deux mésons isoscalaires η et η' , ceux-ci peuvent être obtenus en prenant une partie commune d'isospin nul et en construisant deux états orthogonaux à l'aide de $|s; \bar{s}\rangle$. On obtient alors les états :

$$|\eta_8\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(|u; \bar{u}\rangle + |d; \bar{d}\rangle - 2|s; \bar{s}\rangle) , \quad |\eta_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|u; \bar{u}\rangle + |d; \bar{d}\rangle + |s; \bar{s}\rangle) ,$$

dans la brisure de la symétrie SU(3), ces deux états se mélangent, car ils possèdent les mêmes I, I₃ et Y pour donner les vrais états physiques η et η' (observés expérimentalement) :

$$|\eta\rangle = \cos\theta_P |\eta_8\rangle - \sin\theta_P |\eta_1\rangle \text{ et } |\eta'\rangle = \sin\theta_P |\eta_8\rangle + \cos\theta_P |\eta_1\rangle \text{ avec } \theta_P \simeq -10,1^\circ$$

avec $m_\eta = 547,3 \text{ MeV}$, $m_{\eta'} = 957,7 \text{ MeV}$.

Les neuf mésons fondamentaux que nous venons de décrire possèdent tous un moment orbital relatif et un spin total nuls. Autrement dit, leur moment cinétique total est nul. En notation spectroscopique ($^{2S+1}L_J$), ce sont tous des états 1S_0 . À l'aide des mêmes états de saveurs, on peut construire d'autres nonets de mésons possédant des états de spin et de moments orbitaux plus élevés : c'est-à-dire des états 3S_1 , 1P_1 , 3P_0 , 3P_1 , 3P_2 ... Le tableau qui suit résume les noms et les propriétés des mésons qui appartiennent aux premiers nonets. Il donne par ailleurs la nomenclature de ces particules. P et C sont respectivement la parité d'espace et la parité de charge (lorsqu'elle a un sens) des mésons. Ces nombres quantiques sont fixés pour un nonet donné. Lorsque cela est utile, la masse en MeV du méson est précisée entre parenthèses.

$^{2S+1}L_J$	$\mathbf{P} = (-1)^{(L+1)} \quad \mathbf{C} = (-1)^{(L+S)}$		$I=1$	$I=1/2$	$I=0$
1S_0	-	+	π	K	η, η'
3S_1	-	-	ρ	K^*	ω, ϕ
1P_1	+	-	$b_1(1235)$	K_{1B}	$h_1(1170), h_1(1380)$
3P_0	+	+	$a_0(1450)$	$K^*_0(1430)$	$f_0(1370), f_0(1710)$
3P_1	+	+	$a_1(1260)$	K_{1A}	$f_1(1285), f_1(1420)$
3P_2	+	+	$a_2(1320)$	$K^*_2(1430)$	$f_2(1270), f_2'(1525)$

On constate expérimentalement (toujours du fait de la brisure de la symétrie SU(3)) que les mésons ω, ϕ , qui portent les mêmes nombres I, I₃ et Y, sont des mélanges presque «parfaits» des états η_1 et η_8 ; de sorte qu'on obtient :

$$|\omega\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}(|u; \bar{u}\rangle + |d; \bar{d}\rangle), \quad |\phi\rangle \simeq |s; \bar{s}\rangle.$$

avec $m_\rho = 771,1 \text{ MeV}$, $m_{K^{*\pm}} = 891,7 \text{ MeV}$, $m_{K^{*0}} = 896,1 \text{ MeV}$

$m_\omega = 782,6 \text{ MeV}$ et $m_\phi = 1019,4 \text{ MeV}$

2.2 Baryons du groupe SU(3) :

Les baryons de ce type sont composés de trois quarks choisis parmi u, d et s. Ils se classent dans des multiplets de saveurs issus de la décomposition en représentations irréductibles du triple produit tensoriel de la représentation de dimension 3 du groupe SU(3) :

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10(S) \oplus 8(M_S) \oplus 8(M_A) \oplus 1(A) \text{ (1 décuplet, 2 octets et un singlet),}$$

où S (symétrique), A (antisymétrique), M_A (mixte mais antisymétrique dans l'échange des deux premiers quarks), M_S (mixte mais symétrique dans l'échange des deux premiers quarks) indiquent les propriétés de symétrie des vecteurs d'états correspondants dans l'échange de quarks.

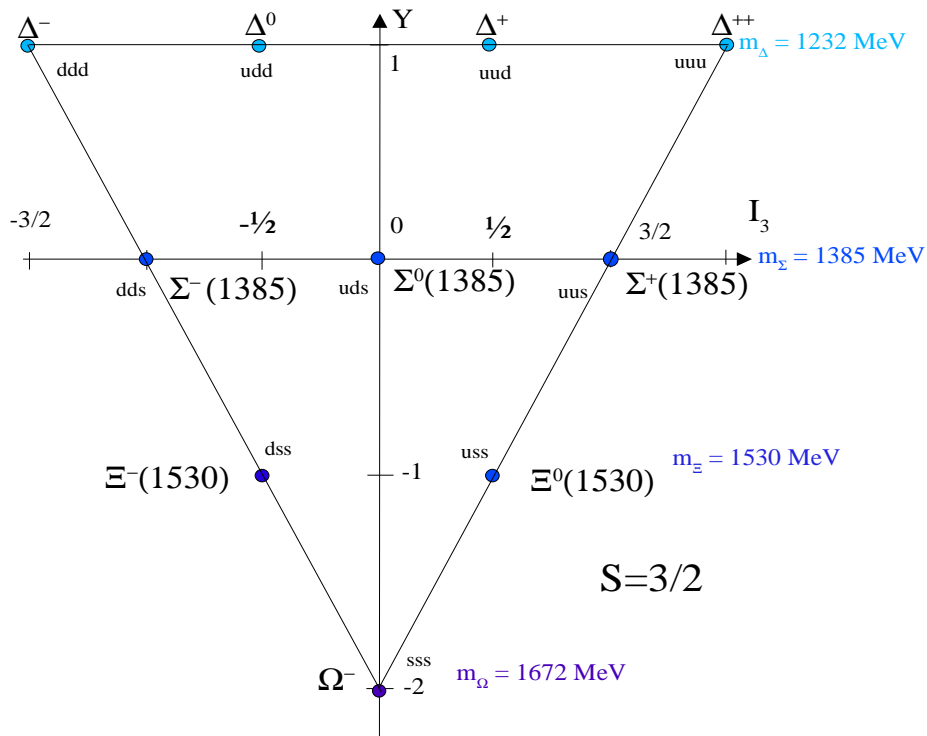
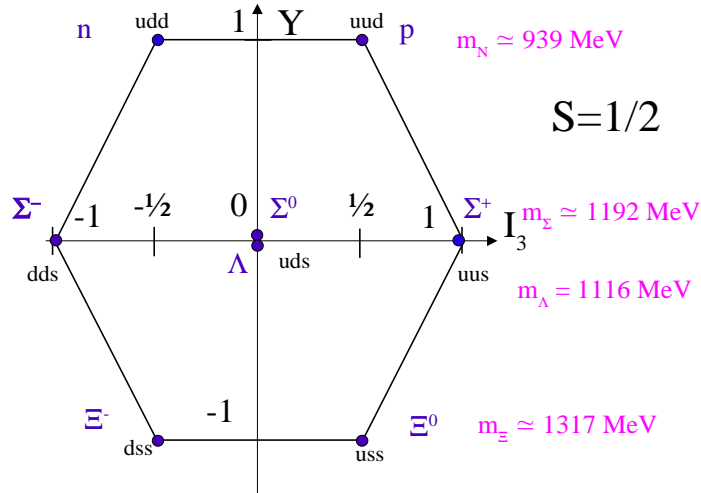
En ce qui concerne les moments cinétiques, et si on admet que les baryons fondamentaux portent naturellement un moment orbital total nul, leurs états propres sont ceux qui correspondent à la somme des trois spins 1/2. Ils se rangent dans les multiplets suivants :

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4(S) \oplus 2(M_S) \oplus 2(M_A) \text{ (1 quadruplet de spin total 3/2 et deux doublets de spin total 1/2).}$$

Tous les états fondamentaux des baryons sont symétriques dans l'échange de deux quarks (nous verrons plus loin la justification de ce fait qui peut paraître curieux pour un système de fermions). Cela a pour conséquence qu'il n'existe que deux combinaisons possibles :

- (10(S) , 4(S)) : un décuplet de saveurs possédant un spin total 3/2
- (8(M_S) , 2(M_S)) + (8(M_A) , 2(M_A)) = (8 , 2) (S) : un octet de saveurs portant un spin total 1/2

Les diagrammes dans le plan (Y , I₃) des deux multiplets correspondants sont donnés ci-dessous :



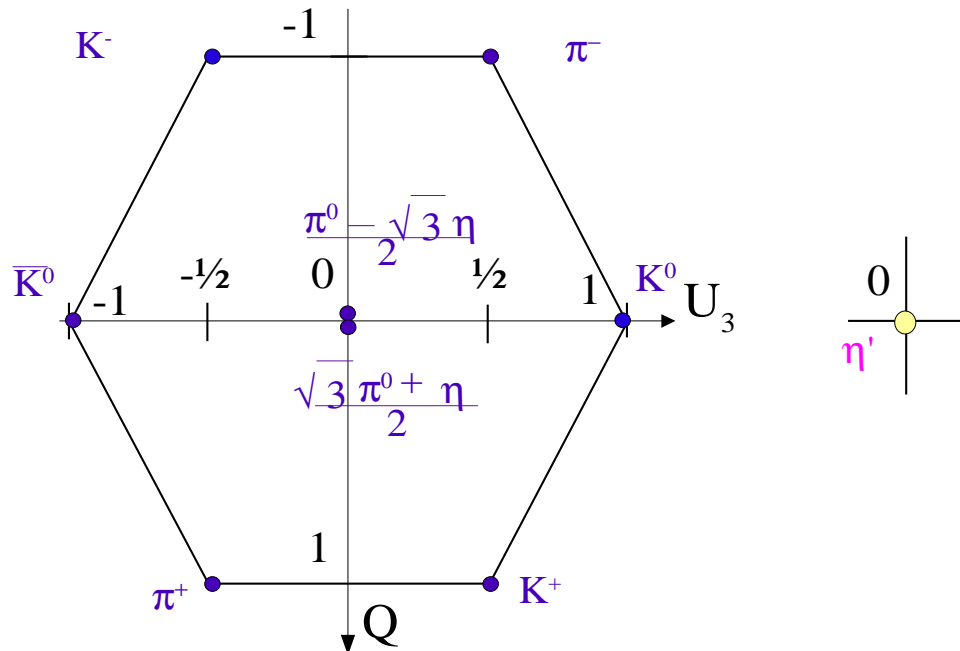
La table ci-dessous donne la nomenclature des baryons :

<i>Symbole</i>	<i>Isospin</i>	<i>Autres propriétés</i>
N	1/2	Y=1 , aucun quark autre que u et d, toujours 2 quarks de même nature
Λ	0	u et d plus 1 quark parmi s,c,b
Σ	1	deux quarks parmi u et d, plus 1 quark parmi s,c,b
Ξ	1/2	1 quark u ou d, plus 2 quarks parmi s,c,b
Δ	3/2	Y=1 , aucun quark autre que u ou d
Ω	0	aucun quark u ni d

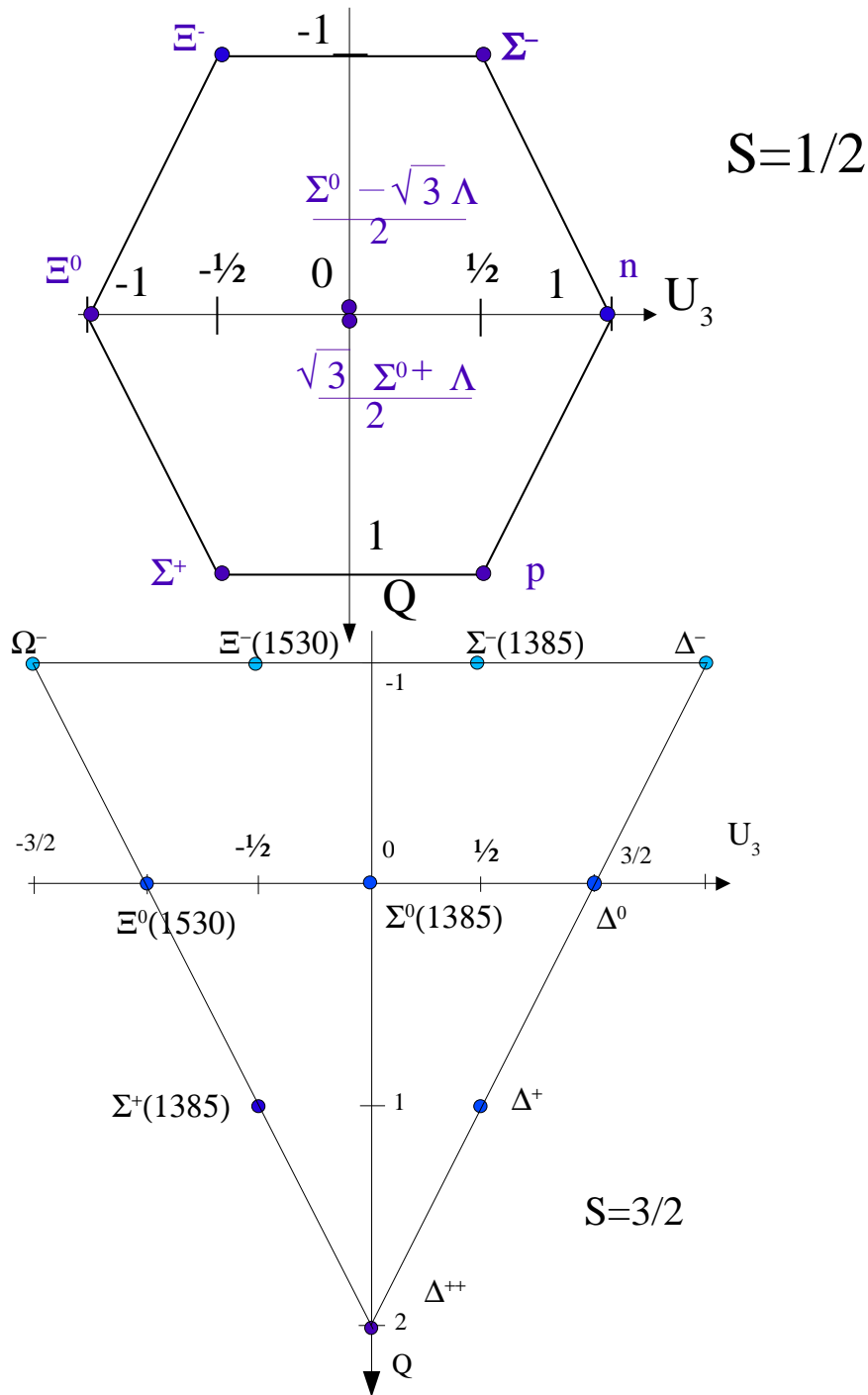
Dans ce tableau, il faut remarquer que la combinaison de quarks autres que u ou d, pour un même multiplet d'isospin, est toujours la même.

2.3 Spin U :

Il existe la possibilité de construire une deuxième symétrie de type SU(2), dénommée spin U, que l'on peut utiliser en lieu et place de l'isospin. Le plan (Y,I₃) devient alors (Q,U₃). Les hadrons se classent dans des diagrammes qui se déduisent de ceux que nous avons vus auparavant par une simple rotation de 2π/3. Les états propres des octets correspondant à U₃ = 0 diffèrent des états propres pour lesquels I₃ = 0 , car I² et U² ne commutent pas ; les uns se déduisent des autres par une rotation de 2π/3 . Les multiplets de spin U regroupent des états de charge identique mais d'hypercharge variable.



Le photon est un état de spin U nul . Ainsi, si la symétrie SU(3) était exacte, ceci aurait pour conséquence que la symétrie de spin U serait respectée. La décroissance $\Sigma^+(1385) \rightarrow \Sigma^+ \gamma$ serait ainsi autorisée alors



que la désintégration $\Sigma^-(1385) \rightarrow \Sigma^- \gamma$ serait interdite. De même, on peut utiliser le formalisme du spin U pour prédire des rapports de sections efficaces de réactions entre hadrons. On s'attend en effet à ce que les sections efficaces des processus : $\pi^- p \rightarrow K^+ \Sigma^-(1385)$, $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \Delta^-$, $K^- p \rightarrow K^+ \Xi^-(1530)$, $K^- p \rightarrow \pi^+ \Sigma^-(1385)$, soient dans le rapport 1/3/1/1. Ceci est vérifié expérimentalement à 20% près.

Exercice 2 :

En utilisant la symétrie de spin U, montrer que les sections efficaces des processus listés ci-dessus sont dans le rapport 1/3/1/1.

2.4 La couleur :

Les baryons Ω^- , Δ^{++} sont composés de quarks de même nature (sss, uuu), possèdent un moment orbital total nul et peuvent porter trois projections de spin identiques : 1/2 . Leurs fonctions d'onde sont symétriques ; cela viole le principe d'exclusion de Pauli. C'est l'existence d'un nombre quantique (ou d'une charge) supplémentaire - que l'on nomme métaphoriquement la couleur - qui permet de lever cette contradiction. L'état propre de couleur d'un quark est un vecteur d'un nouvel espace de Hilbert à trois dimensions, pour les trois couleurs fondamentales rouge (r), vert (v), bleu (b):

$$|\Psi_{couleur}\rangle = c_r|r\rangle + c_v|v\rangle + c_b|b\rangle \quad \text{où } |r\rangle, |v\rangle, |b\rangle \text{ sont les vecteurs propres de couleur.}$$

Pour un état composé de 3 quarks, on peut construire un vecteur d'état de couleur entièrement antisymétrique en calculant le déterminant de Slater suivant :

$$\begin{aligned} \Psi^A_{couleur} &= \sqrt{\frac{1}{6}} \begin{vmatrix} |r^1\rangle & |v^1\rangle & |b^1\rangle \\ |r^2\rangle & |v^2\rangle & |b^2\rangle \\ |r^3\rangle & |v^3\rangle & |b^3\rangle \end{vmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{1}{6}} (|r^1\rangle|v^2\rangle|b^3\rangle - |r^1\rangle|b^2\rangle|v^3\rangle \\ &\quad + |b^1\rangle|r^2\rangle|v^3\rangle - |b^1\rangle|v^2\rangle|r^3\rangle \\ &\quad + |v^1\rangle|b^2\rangle|r^3\rangle - |v^1\rangle|r^2\rangle|b^3\rangle) \end{aligned}$$

Si de plus on impose que les états hadroniques soient invariants sous toute transformation du groupe $SU(3)_c$ de la couleur, c'est-à-dire sous toute transformation du type (voir paragraphe sur le groupe $SU(3)$ de la saveur) :

$$\begin{pmatrix} c'_r \\ c'_v \\ c'_b \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} c_r \\ c_v \\ c_b \end{pmatrix} \quad \text{dans laquelle } U = \exp\left(-\frac{i}{2} \vec{\lambda} \cdot \vec{a}\right)$$

on constate alors que les systèmes hadroniques possibles se restreignent aux mésons et aux hadrons. Ceci peut être vu en examinant les décompositions des produits tensoriels (associés aux systèmes composites) en représentations irréductibles. Les systèmes hadroniques invariants de couleur -scalaires de couleur - sont ceux qui contiennent la représentation triviale à une dimension :

$$\begin{aligned} q &: 3 \\ \bar{q} &: \bar{3} \\ q\bar{q} &: 3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \\ qq &: 3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \\ qq\bar{q} &: 3 \otimes 3 \otimes \bar{3} = 3 \oplus 3 \oplus \bar{6} \oplus 15 \\ qqq &: 3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \\ qqqq &: 3 \otimes 3 \otimes 3 \otimes 3 = 3 \oplus 3 \oplus 3 \oplus \bar{6} \oplus \bar{6} \oplus 15 \oplus 15 \oplus 15 \oplus 15' \end{aligned}$$

La représentation triviale (1) n'est présente que dans les systèmes $q\bar{q}$ et qqq .

Tous les mésons portent le même vecteur d'état de couleur :

$$\sqrt{\frac{1}{3}} (|r\rangle|\bar{r}\rangle + |v\rangle|\bar{v}\rangle + |b\rangle|\bar{b}\rangle)$$

pour lequel : $|\bar{r}\rangle, |\bar{v}\rangle, |\bar{b}\rangle$ représentent les vecteurs propres d'anticouleur d'un antiquark. Ce vecteur

3 Quelques propriétés des interactions fondamentales :

3.1 Les quatre interactions fondamentales :

Il existe quatre interactions fondamentales connues :

- la gravitation qui se manifeste par une modification ou des perturbations de la métrique de l'espace-temps pouvant donner lieu à un échange de gravitons, particules de masse nulle et de spin 2 ;
- l'électromagnétisme qui est véhiculée par un boson de spin 1 et de masse nulle : le photon ;
- l'interaction faible nucléaire qui est de très courte portée et qui met en jeu des courants d'échange électriquement neutres et chargés, le tout véhiculé par deux bosons massifs :

$$W^\pm (m_w = 80,4 \text{ GeV}), Z^0 (m_z = 91,2 \text{ GeV})$$

Cette interaction est responsable de l'instabilité bêta des noyaux et des particules. Elle concourt aux processus responsables de la production de l'énergie dans les étoiles, comme le soleil : conversion d'hydrogène en hélium .

- l'interaction forte de couleur qui maintient les systèmes hadroniques confinés dans un petit espace de l'ordre du fm³ . Elle est véhiculée par 8 bosons de masse nulle et de spin 1, doublement colorés, que l'on nomme les gluons. Ces 8 bosons sont les vecteurs de base de la représentation de dimension 8 du groupe SU(3)_c provenant du produit tensoriel $3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8$ (une couleur + une anticouleur choisies parmi 3 possibilités) :

$$r\bar{v}, r\bar{b}, v\bar{r}, v\bar{b}, b\bar{r}, b\bar{v}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r}-v\bar{v}), \frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r}+v\bar{v}-2b\bar{b}) .$$

3.2 Intensités relatives :

Gravitation

L'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle d'un système de deux protons, séparés par une distance r , est donnée par :

$$V_G = G_N \frac{m_p^2}{r}$$

où G_N est la constante de Newton ,

$$G_N = 6,673 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} = 6,707 \cdot 10^{-39} \text{ GeV}^{-2} \text{ (dans le système d'unités naturelles, } \hbar=c=1 \text{)} .$$

Si on calcule V_G pour $r = 1 \text{ fm} = 5 \text{ GeV}^{-1}$, afin d'estimer l'ordre de grandeur typique de l'énergie gravitationnelle au sein d'un noyau, on trouve $V_G = 1,3 \cdot 10^{-39} \text{ GeV}$. C'est une valeur minuscule qui explique pourquoi il n'est pas tenu compte de l'interaction gravitationnelle dans la physique subatomique à notre échelle d'énergie.

L'interaction gravitationnelle devient importante, voire même prépondérante, lorsque l'échelle de masse (ou d'énergie) des objets que l'on considère s'approche de la masse de Planck qui est définie comme étant :

$$M_P = \frac{1}{\sqrt{G_N}} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$$

ou encore lorsque l'on travaille à des distances voisines de la longueur de Planck :

$$L_P = \frac{\hbar c}{M_P} = 1,6 \cdot 10^{-33} \text{ cm}$$

ou encore lorsque le temps est résolu avec une précision proche du temps de Planck :

$$t_p = \frac{\hbar}{M_p} = 5,5 \cdot 10^{-44} \text{ s} ,$$

qu'on peut également comprendre comme étant l'âge de l'univers, lorsque celui-ci était régi par la gravité quantique.

Électromagnétisme

L'énergie potentielle d'interaction électrostatique de deux protons, séparés par une distance r , est donnée par la formule :

$$V_{EM} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \frac{1}{r/\hbar c} = \frac{\alpha}{r} \text{ (en unités naturelles)}$$

$$\text{car } \alpha \text{ (cte structure fine)} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

V_{EM} a une expression similaire à celle de V_G , à la différence près que la constante $\alpha_G = \frac{m^2}{M_p^2}$ varie en fonction de l'échelle de masse (ou d'énergie) m^2 . Si on admet qu'à l'échelle de Planck on observe l'unification de la gravitation avec l'électromagnétisme, c'est-à-dire $\alpha_G = \alpha$, à l'échelle subatomique ($m=1 \text{ GeV}$), on a :

$$\alpha_G = \frac{(1 \text{ GeV})^2}{M_p^2} \alpha \simeq 10^{-38} \quad \alpha \simeq 10^{-40}$$

Interaction faible

Tout comme la gravitation, l'interaction faible est caractérisée par une constante d'interaction - la constante de Fermi - qui possède une dimension :

$$G_F = 1,166 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$$

On peut estimer l'échelle en énergie à laquelle on s'attend à rencontrer l'unification de l'interaction faible avec les forces électromagnétiques comme étant :

$$\frac{1}{\sqrt{G_F}} = 293 \text{ GeV} .$$

Si on pense que α_w est voisine de α au moment de l'unification, alors pour une échelle ordinaire du GeV, on aura :

$$\alpha_w = \frac{(1 \text{ GeV})^2}{(293 \text{ GeV})^2} \alpha \simeq 10^{-5} \quad \alpha \simeq 10^{-7}$$

Interaction forte

On peut montrer par divers arguments et expériences que l'interaction forte a une constante d'interaction environ 100 fois plus grande que la constante de structure fine à une échelle d'énergie de l'ordre du GeV.

En résumé

Au vu des arguments avancés précédemment, les intensités relatives des interactions fondamentales (gravitation, faible, EM, forte) à l'échelle d'énergie du noyau (GeV), sont très grossièrement dans le rapport : $10^{-40} : 10^{-7} : 10^{-2} : 1$.

Une approche quantitative plus rigoureuse fait intervenir le module de la transformée de Fourier du potentiel d'interaction entre deux particules élémentaires représentatives de l'interaction considérée (deux quarks pour l'interaction forte de couleur, deux électrons pour l'interaction électromagnétique, deux particules de masses m_1 et m_2 pour la gravitation ...). En effet, la transformée de Fourier du potentiel $V(\vec{r})$ d'interaction n'est pas autre chose que l'amplitude de probabilité de diffusion, avec transfert de moment $\vec{q} = \vec{q}_f - \vec{q}_i$ entre les deux particules en interaction, au premier ordre de Born : $M_{if}(\vec{q}) = \int d^3 r V(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}}$. Son module est donc une bonne estimation de l'intensité de cette interaction. Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus pour les quatre interactions fondamentales.

Interaction	$ M_{if}(\vec{q}) $	valeurs des constantes	valeur relative
forte de couleur	$\frac{12 \pi / 23}{q^2 \ln(\frac{q^2}{\Lambda^2})}$	$\Lambda \simeq 200 \text{ MeV}$	1
électromagnétique	$\frac{\alpha}{q^2}$	$\alpha = 1/137$	$1,4 \cdot 10^{-2}$
faible	$\frac{\alpha}{q^2 + M_w^2}$	$\alpha = 1/137$ $M_w = 80,4 \text{ GeV}$	$2,3 \cdot 10^{-6}$
gravitationnelle	$G_N \frac{m_1 m_2}{q^2}$	$m_1 = m_2 = m_p$ $G_N = 6,707 \cdot 10^{-39} \text{ GeV}^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-38}$

3.3 Les nombres quantiques conservés :

Le tableau qui suit, indique, pour les nombres quantiques qui ont été introduits dans les chapitres précédents, s'ils sont conservés dans les processus mettant en jeu les trois interactions fondamentales qui jouent un rôle en physique subatomique.

Interaction	N_B	L	saveurs	Y_f
Électromagnétique	oui	oui	oui	oui
Faible nucléaire	oui	oui*	non	non
Forte de couleur	oui	oui	oui	oui

Dans ce tableau :

- N_B est le nombre baryonique : $N_B = \frac{1}{3}(N_q - N_{\bar{q}})$;
- L représente les nombres leptoniques ;

- saveurs : étrangeté S, charme C.... ;
- Y_f est l'hypercharge forte : $Y_f = N_B + C + S + B + T$ où C, S, B, T sont respectivement le charme, l'étrangeté, la beauté et la sommitalité. La charge électrique d'un hadron est reliée à ces nombres quantiques à travers la relation de Gell-Mann, Nakano et Nishijima : $Q = I_3 + \frac{Y_f}{2}$.

* Les nombres leptoniques ne sont pas conservés dans le phénomène d'oscillations de neutrinos .

4 Pour en savoir plus :

- Quarks, Frontiers in Elementary Particle Physics, Yoichiro Nambu, World Scientific
- Fundamental Particles : An introduction to Quarks and Leptons, Brian G. Duff, Taylor & Francis
- Symétries & physique microscopique : Jean-Paul Blaizot & Jean-Claude Tolédano, éditions ellipses
- Introduction à la physique subatomique : André Rougé , éditions ellipses
- Group Theory in Subnuclear Physics : Fl. Stancu , Oxford Science Publications
- Unitary Symmetry and Elementary Particles : D.B. Lichtenberg, Academic Press
- Quarks and leptons : Halzen and Martin , John Wiley & Sons
- A modern introduction to Particle Physics : second edition , Fayyazuddin & Riazuddin, World Scientific

5 Exercices :

5.1 Exercice 3 : Unités naturelles

Convertir la constante de Newton G_N en unités naturelles ($\hbar=c=1$).

5.2 Exercice 4 : révision de cinématique relativiste

Une particule a de masse m_a possédant une quantité de mouvement \vec{p} entre en collision avec une particule b de masse m_b au repos dans le laboratoire.

- Calculer la quantité de mouvement de a et b dans le centre de masse de la collision.
- Déterminer les paramètres de la transformée de Lorentz qui permet de passer du repère du laboratoire à celui du centre de masse.

5.3 Exercice 5 : recherche d'une résonance exotique étrange ($S= +1$) en photoproduction sur une cible de protons

Dans tout l'énoncé de ce problème, la résonance exotique que l'on recherche sera dénommée θ . Elle porte un nombre quantique d'étrangeté $S=+1$.

1) Donner la liste des mésons fondamentaux qui peuvent jouer le rôle de X dans la réaction suivante :

$$\gamma + p \rightarrow \theta + X, (1)$$

à ce stade, l'état de charge de θ n'est pas connu.

2) Pour chacun des mésons fondamentaux déterminés dans la question 1, donner la charge de la particule θ produite, sa projection d'isospin I_3 , son hypercharge et son nombre baryonique.

3) Donner les désintégrations fortes possibles des résonances θ produites dans la réaction (1).

4) Si l'on n'observe que la résonance θ^+ , quelle pourrait-être la conclusion au sujet de l'isospin (I) de cet état exotique.

5) Si la résonance θ^+ a une masse de 1540 MeV, quelle doit être l'énergie minimale du photon dans la réaction :

$$\gamma + p \rightarrow \bar{K}_0 + \theta^+, \text{ sachant que les protons sont contenus dans une cible fixe ?}$$

6) En remarquant qu'un baryon peut être vu comme un état fondamental d'un proton dilué dans un nuage de mésons, donner une composition en quarks possible du θ^+ .

7) Tracer un diagramme de Feynman possible pour cette réaction.

5.4 Exercice 6 : moments magnétiques des baryons

Le moment magnétique d'un baryon est défini comme étant :

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^3 \hat{\mu}^i, \text{ où l'indice } i \text{ court sur les trois quarks.}$$

La théorie de Dirac prédit qu'une particule ponctuelle de spin 1/2 porte un moment magnétique donné par :

$$\hat{\mu} = \frac{q}{m} \hat{s}.$$

Les trois quarks u, d, s dont les masses sont ici choisies telles que (masses de quarks constituants) :

$$m_u = m_d = m = 333 \text{ MeV} ; m_s = 510 \text{ MeV},$$

possèdent alors des moments magnétiques donnés par les expressions suivantes :

$$\mu_u = \frac{2}{3} \frac{M_p}{m} \mu_0 ; \mu_d = -\frac{1}{3} \frac{M_p}{m} \mu_0 ; \mu_s = -\frac{1}{3} \frac{M_p}{m_s} \mu_0,$$

dans lesquelles $\mu_0 = \frac{|e| \hbar}{2 M_p}$ est le magnéton nucléaire, M_p et $|e|$ la masse et la charge d'un proton.

- Déterminer le vecteur d'état de spin et de saveur d'un proton de projection de spin +1/2. On suppose ici que la fonction d'onde spatiale est totalement symétrique dans l'échange de deux quarks.

- Sachant que :

$$u_p = \langle p ; m=1/2 | \hat{\mu}_z | p ; m=1/2 \rangle,$$

déterminer le moment magnétique d'un proton en fonction du magnéton nucléaire.

- En déduire le moment magnétique d'un neutron
- Même question pour un Σ^+ et un Σ^- .

5.5 Exercice 7 : Masses des baryons fondamentaux (L=0)

Dans un modèle de quarks constituants, les masses des hadrons sont données par l'expression suivante:

$$M_h = \epsilon_0 + \sum_{i=1}^3 m_i + 4 a m^2 \langle h | \sum_{i < j} \frac{\hat{S}_i \cdot \hat{S}_j}{m_i m_j} | h \rangle ,$$

dans laquelle :

- ϵ_0 est l'énergie de liaison qui ne dépend pas de la composition interne (symétrie SU(3)) ;
- $m=333$ MeV est la masse des quarks u et d , $m_s=510$ MeV la masse du quark s ;
- m_i est la masse du $i^{\text{ème}}$ quark entrant dans la composition du hadron h ;
- \hat{S}_i est l'opérateur de spin du $i^{\text{ème}}$ quark de h ;
- $|h\rangle$ est le vecteur d'état de h ;
- a est un paramètre d'intensité du couplage hyperfin chromodynamique .

Le troisième terme de cette expression provient d'une interaction entre spins résultant d'un couplage chromodynamique hyperfin («chromomagnétisme»).

- 1) Montrez que : $\sum_{i < j} \hat{S}_i \cdot \hat{S}_j = \frac{1}{2} (\hat{J}^2 - \sum_i \hat{S}_i^2)$.
- 2) Utilisez cette expression pour déterminer les masses du nucléon, du Δ et du Ω en fonction de ϵ_0 , m , m_s , a .
- 3) Les autres baryons fondamentaux comportent toujours deux quarks (1 et 2) de masses identiques, montrez que : $\langle \hat{S}_1 \cdot \hat{S}_2 \rangle = \frac{1}{2} (S(S+1) - \frac{3}{2})$
- 4) Déterminez l'expression de la masse des baryons : Λ , Σ , Σ^* , Ξ , Ξ^* en fonction de ϵ_0 , m , m_s , a .
On notera que dans chacun de ces baryons, il existe soient deux quarks identiques soit deux quarks dans un état d'isopin 1 ou 0
- 5) Déterminer ϵ_0 et a de telle façon à reproduire au mieux le spectre des masses mesurées de ces baryons
- 6) Déterminer ϵ_0' et a' pour reproduire au mieux le spectre des mésons fondamentaux.