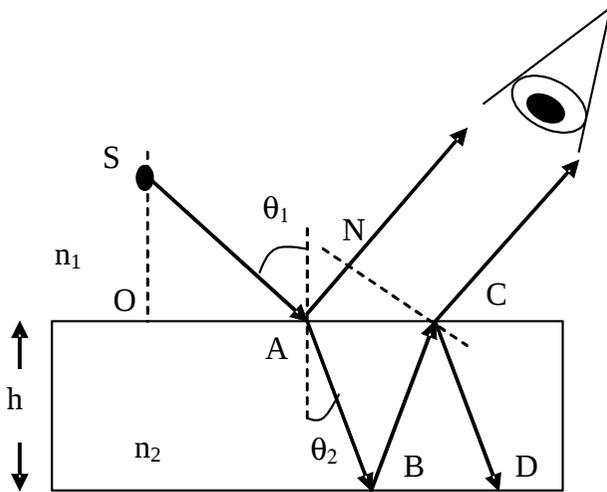


Université de Grenoble - 2010/2011

## Optique Ondulatoire - IUT Mesures Physiques

### IV. Autres exemples d'interféromètres à deux ondes

## 2. lame mince



Cet exemple a déjà été traité en exercice dans le chapitre sur la réflexion et la réfraction.

EXO: Montrer que l'intensité observée par l'œil est :

$$\frac{I}{I_0} = R_1^2 + R_2^2 + 2R_1 R_2 \cos\left(\frac{4\pi h n_2 \cos\theta_2}{\lambda} + \pi\right)$$

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$$

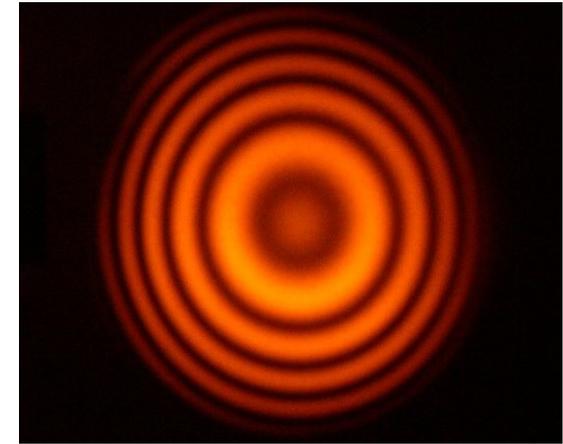
$$R_1 = \left| \frac{n_2 \cos\theta_1 - n_1 \cos\theta_2}{n_2 \cos\theta_1 + n_1 \cos\theta_2} \right| \quad R_2 = R_1 (1 - R_1^2)$$

Si la lumière est polarisée dans le plan d'incidence.

EXO: déterminer l'angle  $\theta_2$  pour les faibles incidences en fonction du mode  $m$  des anneaux noirs. Que peut-on en déduire sur la symétrie des minima d'intensité ?

### 3. lame mince

Ainsi, on observera des franges noires et brillantes sous forme d'anneaux centrés sur l'axe normal à la surface, passant par la source ponctuelle  $S$ . On constate aussi que les rayons passant par  $N$  et par  $C$  sont parallèles, comme si l'objet à regarder venait de l'infini. On dit alors que les franges sont localisées à l'infini : il faudra une lunette (une lentille convergente) ou l'œil (sans accommoder) pour les observer.



**EXO:** Déterminer la différence de phases au centre. Le centre est-il occupé par un maximum ou un minimum d'intensité ?

**EXO:** À partir de l'expression du déphasage, trouver l'angle  $\theta_{l,m}$  d'intensité minimale en fonction de l'ordre  $m$ . On se placera à angle d'incidence faible.

Trouver le rayon des anneaux noirs lorsque ceux-ci sont focalisés sur un écran à l'aide d'une lentille, de distance focale  $f$ . Étudier le comportement en fonction de l'ordre  $m$ , notamment le lien entre le rayon et l'ordre  $m$  ?

## 4. lame mince

EXO : Étudier le nombre d'anneaux observés en fonction de  $h$  (pour  $h=10\lambda$  et  $h=100\lambda$ ) lorsque  $0 < \theta_1 < 10^\circ$ , et  $n_1=1$ ,  $n_2=1.5$ . Conclusion.

EXO : Trouver l'expression approximative de l'écart angulaire  $\delta\theta_m$  entre deux ordres consécutifs ( $m$  et  $m+1$ ).

-Comment varie  $\delta\theta_m$  avec l'épaisseur  $h$  de la couche mince ?

-Exprimer alors l'épaisseur  $h$  en fonction des observables  $\theta_m$  et  $\delta\theta_m$ .

-Déterminer  $h$  lorsque  $\theta_m=5^\circ$ ,  $\delta\theta_m=0.5^\circ$  et  $\lambda=0,6 \mu\text{m}$ , avec  $n_1=1$  et  $n_2=1,5$ .

-La précision de la mesure de l'épaisseur dépend de la précision avec laquelle on connaît  $\theta_m$  et  $\delta\theta_m$ . Si on mesure les anneaux sur un écran CCD dont les pixels (placés au foyer de la lentille) ont une dimension latérale  $w_{\text{pix}}$ , exprimer l'incertitude de mesure de  $h$  en fonction de  $\Delta\theta_m$  et  $\Delta(\delta\theta_m)$ . Justifier la valeur utilisée pour ces dernières. Conclusion sur  $\Delta h$ .

On prendra  $f$  (focale de l'objectif) = 100 mm et  $w_{\text{pix}} = 10 \mu\text{m}$ .

## 5. Interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson est un dispositif de recombinaison qui permet d'observer des franges d'interférences, mais surtout, de mesurer de très faibles variations de longueur :

Cet appareil a joué un rôle prépondérant pour établir expérimentalement la constance de la vitesse de la lumière dans le vide à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle.

La lumière provenant d'une source étendue  $S$  est divisée sur la surface semi-réfléchissante arrière ( $A$ ) d'une lame séparatrice à faces parallèles  $D$ , en deux faisceaux orthogonaux. Ceux-ci sont réfléchis par les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  et retournent vers  $D$ , où ils sont recombinaison avant d'aller sur l'observateur  $T$  (Lentille, Télescope, Œil, etc.) qui projette l'image sur un écran ou rétine,  $P$ . Le miroir  $M_2$  est fixe, alors que  $M_1$  peut se déplacer sur l'axe avec une vis micrométrique. On observe que le faisceau 1 traverse la lame  $D$  trois fois, alors que le faisceau 2 seulement 1 fois. Cela entraîne un déphasage entre les faisceaux qui est corrigé à l'aide d'une lame compensatrice  $C$ , de même matériau et même épaisseur que  $D$ , introduite sur le parcours du faisceau 2.

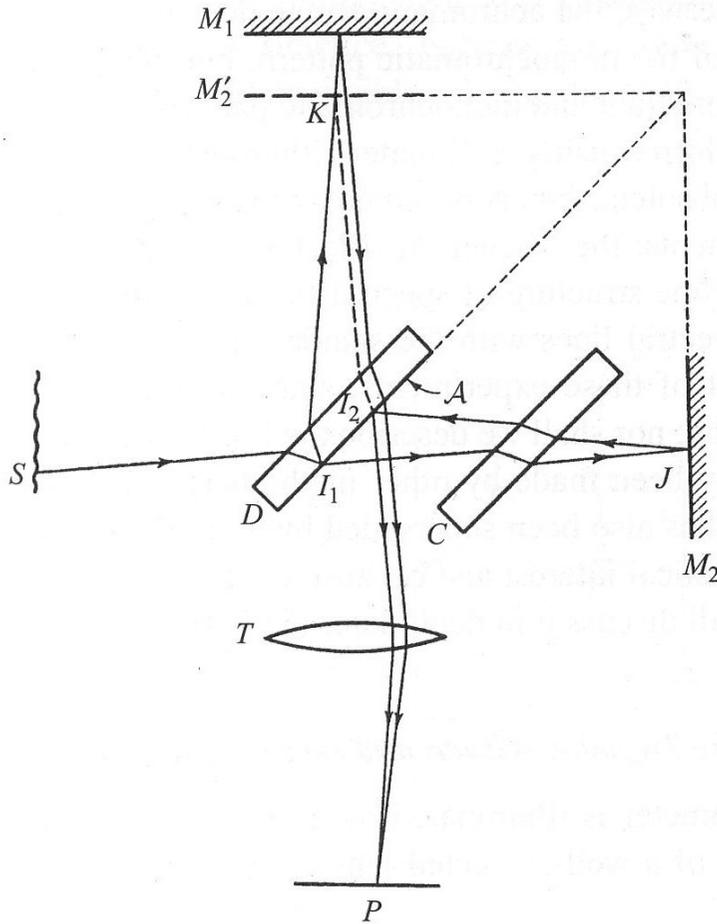


Fig. 7.39 The Michelson interferometer.

## 6. Interféromètre de Michelson

Soit  $M_2'$  l'image symétrique de  $M_2$  par rapport à la lame semi-réfléchissante. Le chemin optique entre  $S$  et  $P$  le long du trajet  $SI_1I_2P$  (transmis par  $A$ , réfléchi sur  $M_2$ ) est le même que le chemin optique le long du trajet  $SI_1KI_2P$  (réfléchi par  $A$ , réfléchi sur  $M_2'$ ). On peut donc considérer que l'interférence est le résultat de la différence de chemin entre  $M_1$  et  $M_2'$ , comme dans le cas de lames minces.

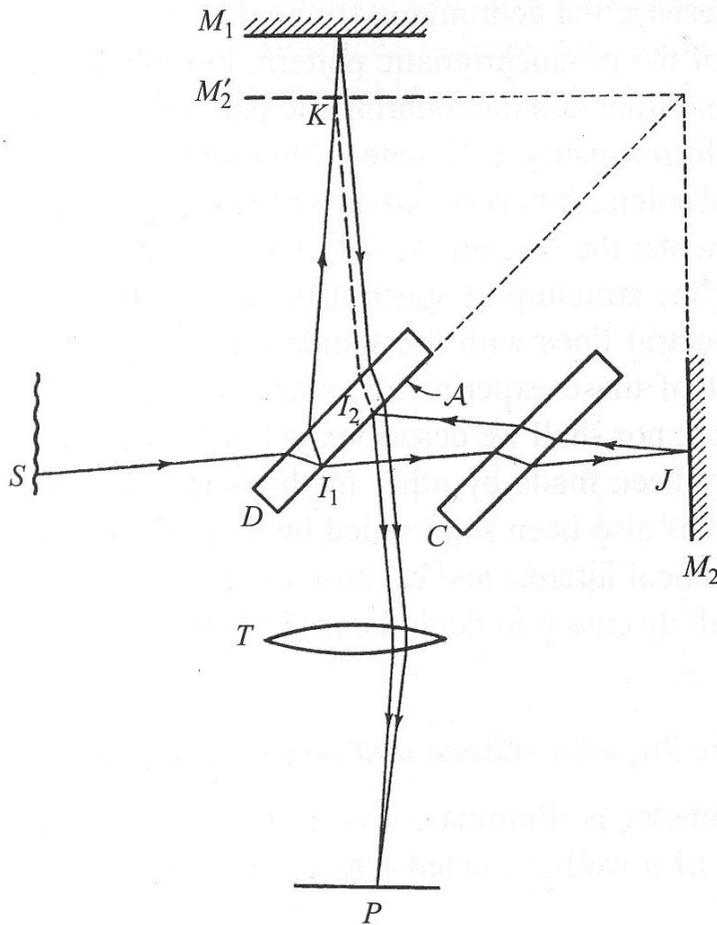
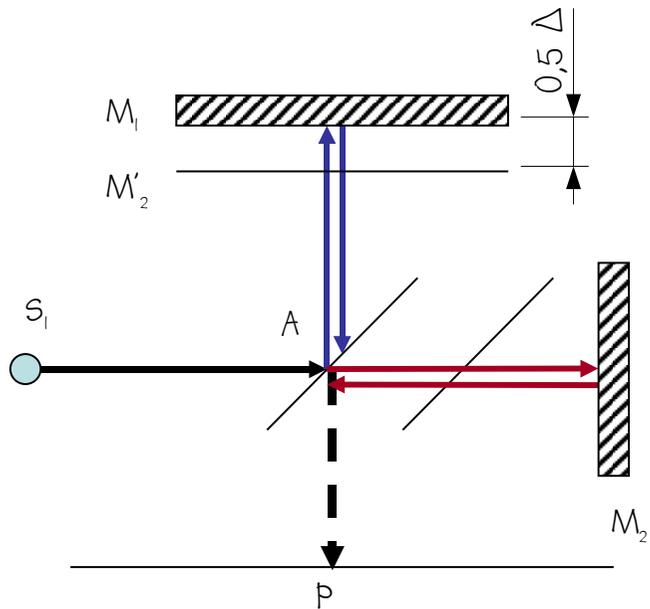


Fig. 7.39 The Michelson interferometer.

**L'interférence entre les ondes a lieu à l'infini car les faisceaux ressortent parallèles .**

## 7. Interféromètre de Michelson



Trajet 1 (bleu):  $L_1 = AM_1 + M_1A + AP$

Trajet 2 (rouge):  $L_2 = AM_2 + M_2A + AP$



Différence de chemin optique:

$$\Delta = n_1 L_1 - n_2 L_2$$

$$(\text{ici, } n_1 = n_2 = n_{\text{air}} = 1) : \Delta = L_1 - L_2$$

L'état d'interférence sur P dépend de  $\Delta$  et de la différence de phases introduite par les diverses réflexions - Celle-ci est égale à 0 pour un appareil idéal (même type de réflexion sur les deux chemins).

$\Delta$  détermine le type d'interférence (constructive, destructive ou intermédiaire)

-Si  $\Delta = m \lambda \rightarrow$  Interférences constructives

-Si  $\Delta = (m + 1/2) \lambda \rightarrow$  Interférences destructives

Si  $\Delta$  est nulle - les miroirs sont dits en contact optique (point de calage de l'interféromètre). Aucune interférence n'apparaît et l'intensité totale observée au point P doit être uniforme et maximale.

Si  $S_1$  est une source ponctuelle, et si les deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont parfaitement perpendiculaires, les franges observées sur l'écran P sont des anneaux centrés sur l'axe  $PM_1$  qui s'apparentent à ceux observés dans le cas de la lame mince.

## 8. Interféromètre de Michelson en mode miroir parallèle

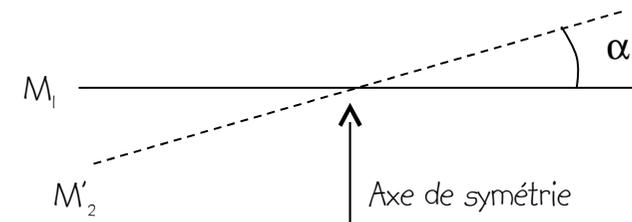
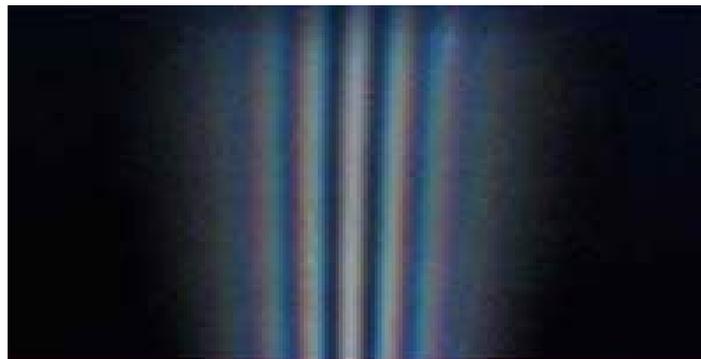
- Lorsque  $M_1$  et  $M_2'$  sont parallèles, les franges obtenues avec une source monochromatique sont circulaires et localisées à l'infini, et leur distribution d'intensité répond à la même loi que pour les lames minces.
- Lorsque  $M_1$  est déplacé pour s'approcher de  $M_2'$ , on diminue le nombre de franges visibles et on les élargit (effet zoom).
- Lorsque  $M_1$  est exactement superposé à  $M_2'$ , il n'y a pas « d'épaisseur » d'air entre les miroirs et donc pas de franges possibles. On obtient une illumination uniforme maximale (car les deux faisceaux sont en phase). On dit alors que les miroirs sont au contact optique.
- Le montage, avec les miroirs perpendiculaires à la direction d'observation, impose une symétrie axiale autour de l'axe optique traversant  $T$ , et donc on observera des anneaux d'interférences, toujours perpendiculaires à la direction d'observation (les anneaux restent figés même si on déplace  $T$  latéralement).

## 9. Interféromètre de Michelson en mode coin d'air

- Si les miroirs sont proches mais légèrement inclinés, on brise la symétrie axiale et les franges se localisent à proximité de la droite résultante de l'intersection des plans  $M_1$  et  $M_2'$ . On observe alors des franges d'interférences droites, de même largeur et même séparation (interfrange constante). Les franges sont ici localisées sur le miroir  $M_1$ .

- Lorsque l'on s'écarte de l'axe d'intersection, la visibilité des franges diminue et elles se courbent, avec la partie convexe dirigée vers l'axe d'intersection.

- Si la source n'est pas monochromatique, mais comporte plusieurs longueurs d'onde (ex. lumière blanche), alors les franges ne conservent le contraste que sur l'axe d'intersection. En s'éloignant de cet axe, les franges d'interférences deviennent floues et le contraste diminue.



exo : dans l'approximation des petits angles en incidence normale, déterminer l'expression de l'interfrange

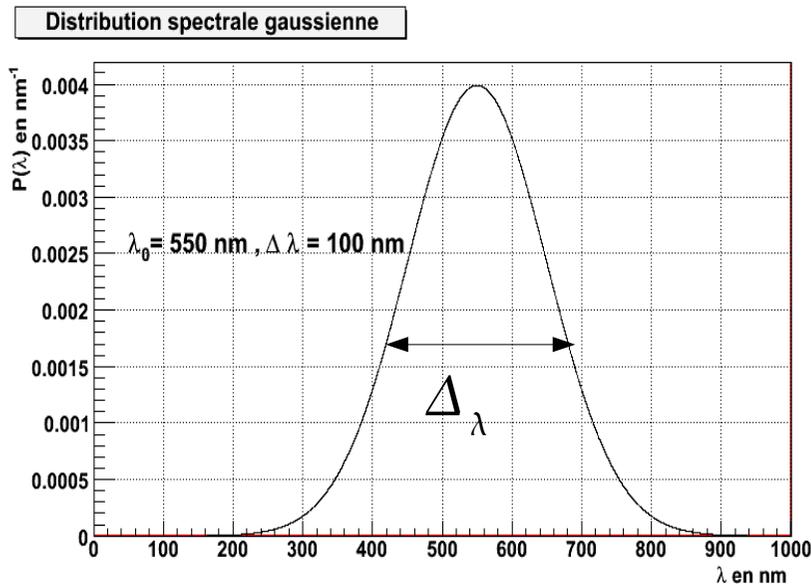
axe de symétrie

$$i = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

# 10. Interféromètre de Michelson en mode miroir parallèle et en lumière à distribution spectrale étendue (spectrométrie)

On supposera ici que la distribution spectrale de la source lumineuse est une gaussienne de moyenne  $\lambda_0$  et d'écart type  $\sigma_\lambda$ . La probabilité de trouver un faisceau lumineux de longueur d'onde comprise dans l'intervalle  $[\lambda, \lambda+d\lambda]$  est donnée par :

$$P(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\lambda} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda-\lambda_0}{\sigma_\lambda}\right)^2\right)$$



Largeur spectrale à mi-hauteur :  $\Delta_\lambda = \sqrt{8 \ln(2)} \sigma_\lambda$

On peut alors montrer que l'intensité suit :

$$I(\Delta) = 2I_0 \cdot \left( 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta\right) \exp\left(-4 \frac{\Delta^2}{L_c^2}\right) \right)$$

différence de marche optique

Longueur de cohérence de la source :  $L_c = \frac{\lambda_0^2}{\Delta_\lambda}$

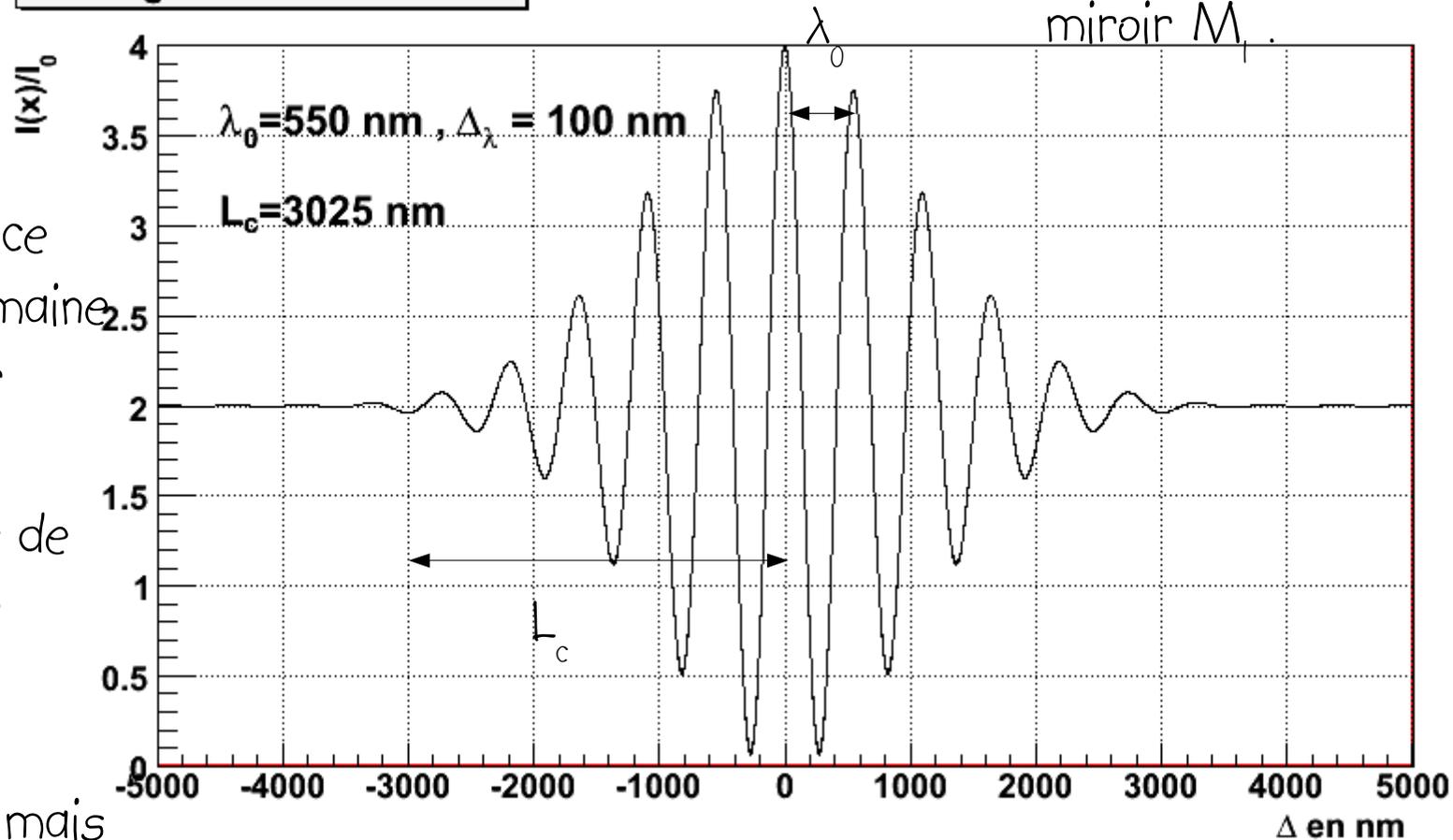
$I_0 = S_0/4$  Chaque faisceau a une intensité égale à un quart de l'intensité de la source

## II. Interféromètre de Michelson en mode miroir parallèle et en lumière à distribution spectrale étendue

Source blanche si :  $\Delta\lambda \gg 1 \text{ nm}$

Franges d'un Michelson

On modifie  $\Delta$  (la différence de marche optique) en déplaçant le miroir  $M_1$ .

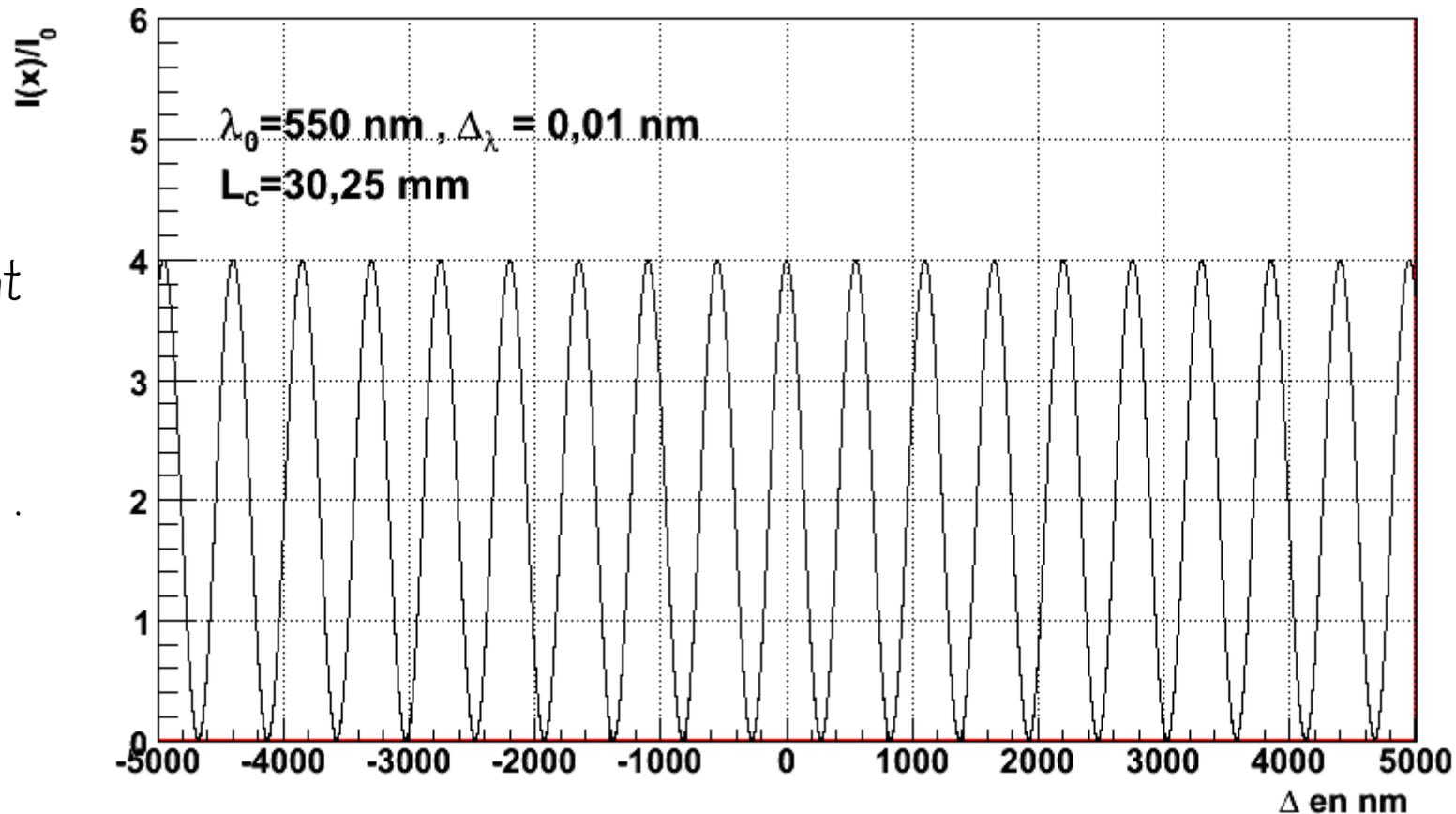


Interférence sur un domaine de largeur  $L_c$ . En dehors de cette zone intensité moyenne constante mais pas nulle.

## 12. Interféromètre de Michelson en mode miroir parallèle et en lumière monochromatique

Source monochromatique si :  $\Delta \lambda \ll 1 \text{ nm}$

Franges d'un Michelson



On obtient  
une pure  
sinusoïde  
si  $\Delta \ll L_c$ .

### 13. Interféromètre de Michelson en mode miroir parallèle et en lumière bi-chromatique

Deux longueurs d'onde proches  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

$$L_c = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{|\lambda_1 - \lambda_2|}$$

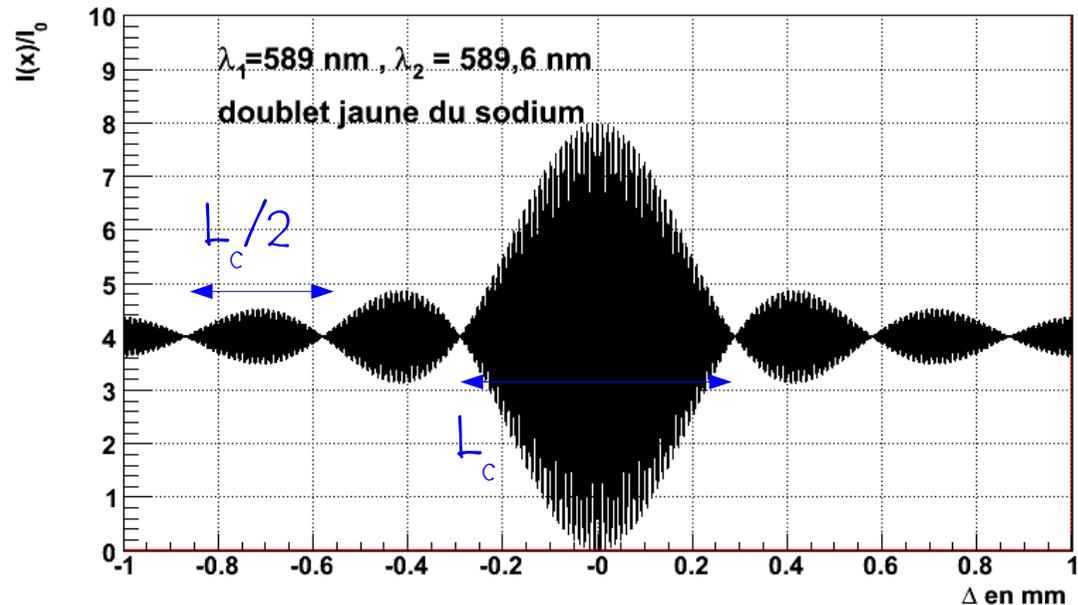
$$I(\Delta) = 4I_0 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot \Delta}{L_c}\right)}{\frac{\pi \cdot \Delta}{L_c}} \cdot \left( \cos\left(\frac{2\pi \Delta}{\lambda_1}\right) + \cos\left(\frac{2\pi \Delta}{\lambda_2}\right) \right) \right]$$

$$= 4I_0 \left[ 1 + \text{sinc}\left(\frac{\pi \cdot \Delta}{L_c}\right) \cdot \left( \cos\left(2\pi \Delta \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi \Delta}{L_c}\right) \right) \right]$$

On suppose ici que chaque radiation lumineuse est émise avec une intensité  $S_0$ , donc  $2 S_0$  pour la totalité, ce qui explique le facteur 4 devant  $I_0$ .

Pour le sodium :  $L_c = 0,579 \text{ mm}$

Franges d'un Michelson



## 14. exercices

**EXO1:** Sur un Michelson on observe des franges rectilignes. La mesure de l'interfrange d'une source parfaitement monochromatique jaune ( $\lambda_1=589\text{nm}$  et  $\Delta\lambda_1=0$ ) donne  $i_1=3,377\ \mu\text{m}$ .

-Calculez l'angle  $\alpha$  entre les deux miroirs

On change de lampe et on obtient une interfrange de  $i_2=2,637\ \mu\text{m}$ .

-Calculez la longueur d'onde de cette source,  $\lambda_2$ .

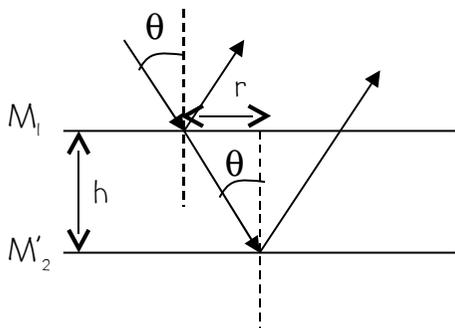
Si la précision de la mesure de l'angle est  $\Delta\alpha = 0,001\ \text{rad}$  et  $\Delta\lambda_1 = 1\ \text{nm}$

-Donnez l'expression de l'incertitude sur  $\lambda_2$  et le résultat final  $\lambda_2 \pm \Delta\lambda_2$

**EXO2:** La séparation entre deux zones de brouillage d'une lampe de sodium est  $L=L_c/2=\lambda_1\lambda_2/(2\Delta\lambda) = 290\ \mu\text{m}$ . Expérimentalement on mesure une dizaine de zones de brouillage. Justifier mathématiquement pourquoi mesurer dix zones de brouillage donne plus de précision qu'une seule mesure. Si la précision du vernier est de  $10\ \mu\text{m}$ , donnez la précision sur  $L_c$ . Calculez  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sachant que  $\Delta\lambda = 0,6\ \text{nm}$ .

**EXO3:** L'expression pour l'interférence constructive dans le Michelson est:

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} h \cos\theta = m 2\pi$$



-En supposant des angles d'incidence faibles, trouver la relation qui relie  $\theta$ ,  $h$  à l'ordre du mode,  $m$  et à la longueur d'onde. Conclusion.

-Par ailleurs, trouver la relation géométrique entre  $r$  et  $h$ , toujours à angle faible.

-Utiliser les deux derniers résultats pour exprimer le rayon des anneaux brillants en fonction de  $h$ ,  $m$  et  $\lambda$ . Analyser le comportement de  $r$  en fonction de  $m$ .

-Si on trace une courbe rayon des anneaux en fonction de l'ordre  $m$ , et on obtient  $r^2(m)=800\ \mu\text{m}^2 - 12\ \mu\text{m}^2 \times m$ , déterminez  $\lambda$  et  $h$ .

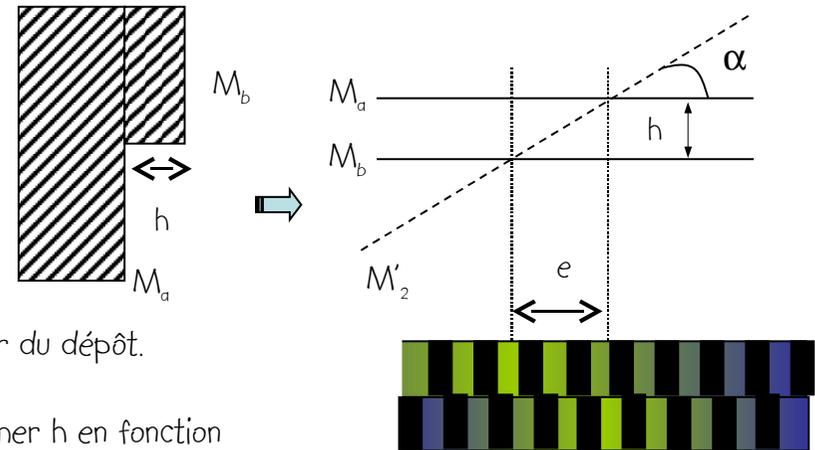
-Montrer qu'il existe un mode maximal  $m_{\text{max}}$

-Réexprimer  $r^2$  en fonction de  $k = (m_{\text{max}} - m)$

-Montrer qu'on peut exprimer le rapport  $r^2(k)/r^2(k=1)$  simplement. Trouver cette relation, qui vous sera utile en TP.

# 15. exercices

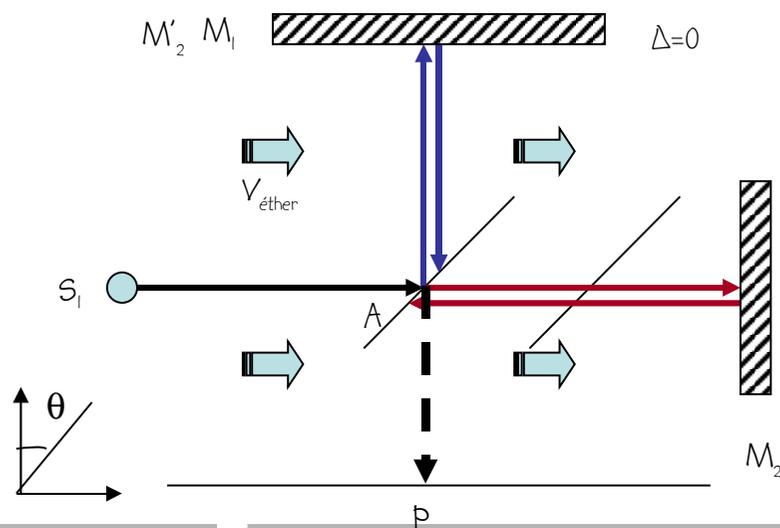
**EXO4:** Dans un Michelson, l'un des miroirs est constitué de deux parties, d'épaisseur différente (voir dessin). Lorsqu'on se place en mode coin d'air, l'angle  $\alpha$  que forment le miroir de référence  $M'_2$  et ce miroir à deux étages donne lieu à deux systèmes de franges verticales d'interférence, qui sont décalées latéralement d'une distance  $e$ .



En mesurant ce décalage latéral en lumière blanche, on peut obtenir l'épaisseur du dépôt.

- Trouver la relation entre  $h$ ,  $e$  et  $\alpha$ .
- A partir de l'expression de l'interfrange  $i$  en lumière monochromatique, exprimer  $h$  en fonction des observables  $e$ ,  $i$  et de longueur d'onde  $\lambda$ .
- Si la longueur d'onde est  $\lambda=589\text{nm}$ ,  $i=400\ \mu\text{m}$  et  $e=2\text{mm}$ . Déterminez l'épaisseur de dépôt,  $h$ .
- Si  $\Delta i = \Delta e = 5\ \mu\text{m}$ , déterminez la précision sur  $h$ .

**EXO5:** Expérience de Michelson et Morley.



On veut déterminer si le milieu de propagation des ondes EM est "tangibile" et donc, s'il modifie le temps de propagation de l'onde selon que celle-ci se déplace avec "l'éther", ou dans une direction perpendiculaire.

- Pour  $\theta=0$ : Déterminez le temps mis sur chaque bras ( $L=AM_1=AM_2$ ), puis calculez le retard entre les deux ondes  $\Delta t$ .
- Si on tourne le Michelson ( $\theta=90^\circ$ ), alors le retard s'inverse et on obtient un décalage des franges proportionnel à ce retard. En utilisant  $\Delta\phi = \omega\Delta t$ , déterminez la différence de phase  $\Delta\phi$  et la variation relative des franges.
- A.N.  $V_{\text{éther}}=30\text{km/s}$ ,  $L=10\text{m}$ ,  $\lambda = 0,6\ \mu\text{m}$

16. Pour en savoir plus :

- Modern Optics, Robert Guenther, John Wiley & sons
- Optique, Marie May, Anne-Marie Cazabat , Dunod
- Optique, Georges Bruhat, Masson
- Expérience de Michelson-Morley : voir Relativité restreinte, Claude Semay et Bernard Silvestre-Brac, Dunod