

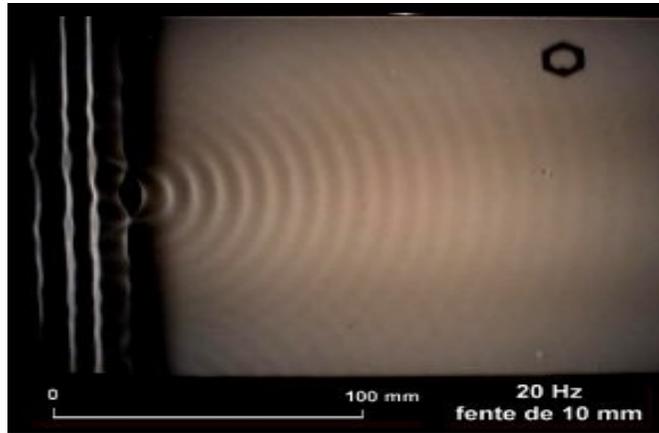
Université de Grenoble – 2009/2010

Optique Ondulatoire – IUT Mesures-Physiques

VI. Diffraction

2. Diffraction : définition et observations

Une onde diffracte lorsqu'elle rencontre des obstacles qui ne sont pas totalement transparents. Si la taille des obstacles est petite par rapport à la distance d'observation, on relève alors que la lumière semble ne plus se propager en ligne droite.



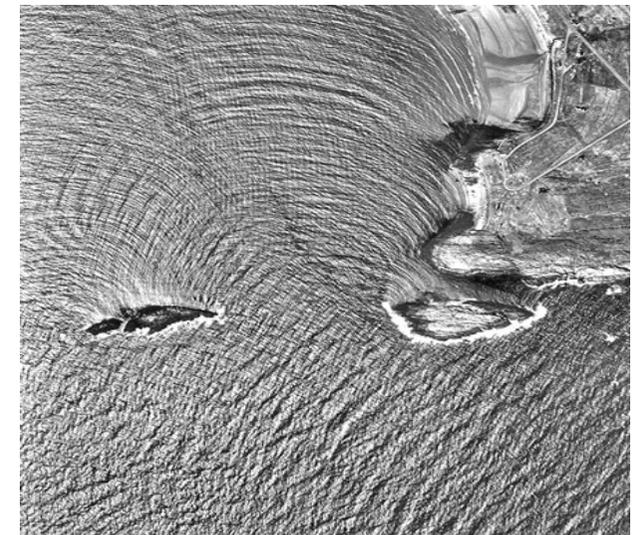
onde diffractée dans
une cuve à ondes

lumière diffractée par
un petit trou carré

L'observation de ses phénomènes
avait conduit Huygens, Hooke et
d'autres à proposer une théorie
ondulatoire de la lumière laquelle se
développa au XIX^{ème} siècle.



ondes diffractées en
pleine mer



3. Diffraction :

Sachant que la lumière est une onde électromagnétique, l'étude de la diffraction devrait consister à résoudre les équations de propagation d'ondes en fixant les conditions initiales (source des ondes) et en imposant la continuité des composantes des champs électriques et magnétiques sur les obstacles (changement de milieu).

Mais de façon générale, cette démarche se heurte à des difficultés analytiques et numériques insurmontables. Pour progresser, il est nécessaire de procéder à des approximations.

L'une de ces approximations est l'optique géométrique qui peut être employée lorsque la dimensions des obstacles est très nettement supérieure à la longueur d'onde de la lumière étudiée.

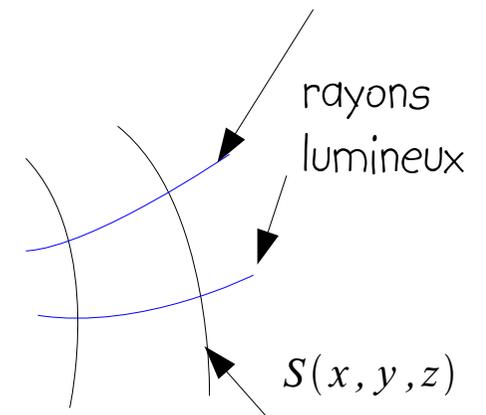
En optique géométrique, le problème revient à trouver les surfaces de front d'onde sur lesquelles la phase de l'onde est constante. Entre deux fronts d'onde, les rayons lumineux se propagent de manière synchrone et transversale (perpendiculairement aux fronts d'ondes).

On a alors à résoudre l'équation iconale (eikonale) :

$$\Delta S(x, y, z) = n^2(x, y, z)$$

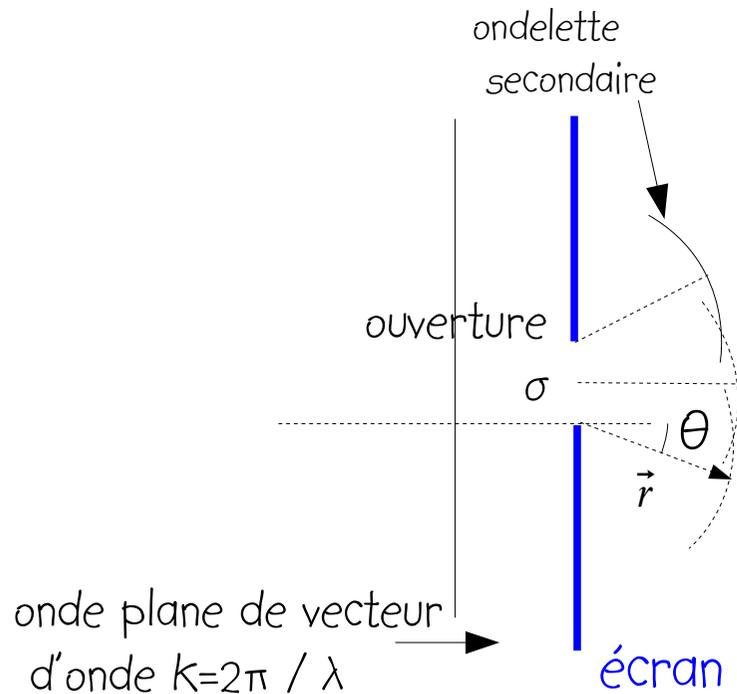
indice optique du milieu

surface de front d'onde



4. Principe de Christian Huygens (1629-1695)

Les vibrations qui se propagent à l'extérieur d'une surface fermée contenant la source de vibrations sont identiques à celles qu'on obtiendrait en supprimant cette source et en la remplaçant par des sources convenables réparties sur toute la surface S .



Chaque point de l'ouverture σ devient la source d'une ondelette.

Cela revient à considérer que chaque point de σ diffuse l'onde incidente. La diffraction résulte de l'interférence de toutes les ondelettes diffusées par σ derrière l'écran.

Le postulat de Fresnel (1788-1827) : un élément infinitésimal $d\sigma$ de la surface σ émet en phase avec l'onde incidente une ondelette telle que :

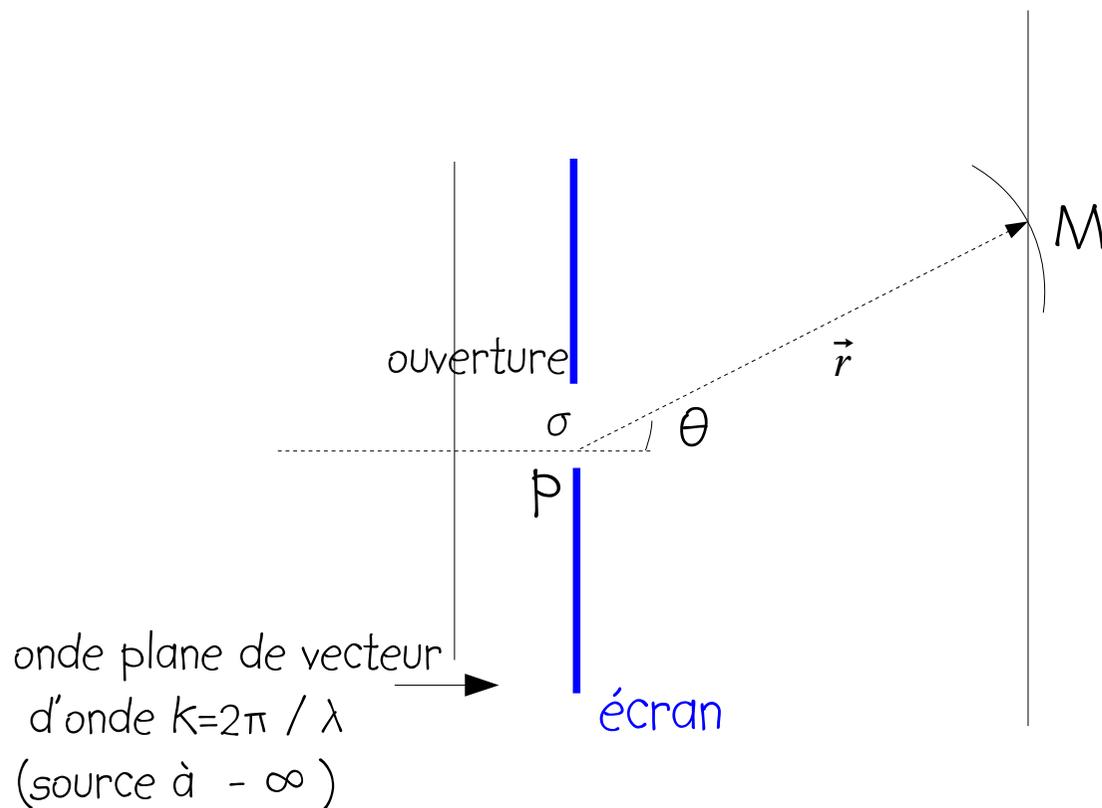
$$E'(\vec{r}) d\sigma = K(\theta) A \frac{\exp(i(kr - \omega t))}{r} d\sigma$$

facteur rendant compte de la variation de l'amplitude en fonction de l'angle θ amplitude de l'onde incidente au point de réémission de σ

Le principe de Huygens complété par le postulat de Fresnel constitue le principe de Huygens-Fresnel.

Il est rigoureusement correct lorsque la surface est fermée dans un milieu infini. C'est une approximation lorsque la surface est une ouverture dans un obstacle, car l'onde incidente est modifiée par la présence de l'obstacle. Le problème théorique de la diffraction de la lumière par une ouverture quelconque n'a pas de solution exacte à ce jour. On procède alors à des approximations.

5. Diffraction par une ouverture :



Le postulat de Fresnel est correct à condition
de poser :

$$K(\theta) = \frac{i}{2\lambda}(1 + \cos\theta)$$

Ces conditions définissent la
diffraction de Fraunhofer :
source loin de l'écran et distance PM
grande.

$$E(M) = \iint_{\sigma} K(\theta) A \frac{\exp(ikr)}{r} d\sigma$$

Le terme ωt ne joue aucun rôle car c'est un
facteur commun qui n'induit aucune interférence.

En appliquant la théorie de Kirchhoff - qui utilise
les équations de propagation d'ondes dans un
milieu homogène - et en se plaçant dans une
situation où :

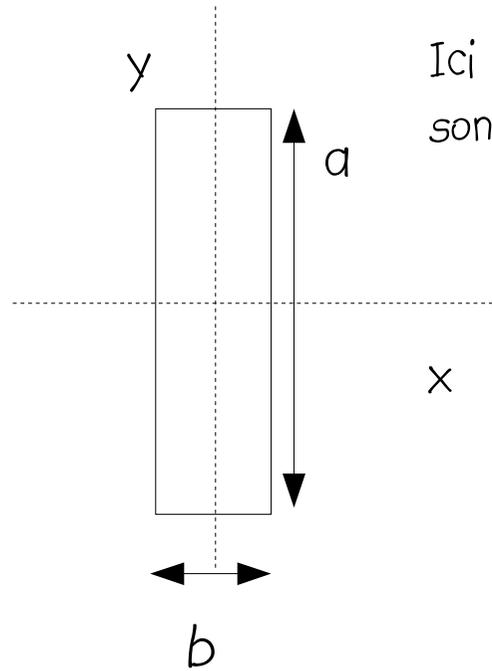
- les dimensions linéaires de l'ouverture
sont $\gg \lambda$;
- la distance $PM \gg$ aux dimensions linéaires
de l'ouverture ;

on aboutit à la simplification suivante :

$$E(M) = i \frac{A}{2\lambda} \iint_{\sigma_0} \frac{\exp(ikr)}{r} (1 + \cos\theta) d\sigma_0$$

Portion de sphère passant par les bords de l'ouverture

6. Diffraction de Fraunhofer par une ouverture rectangulaire



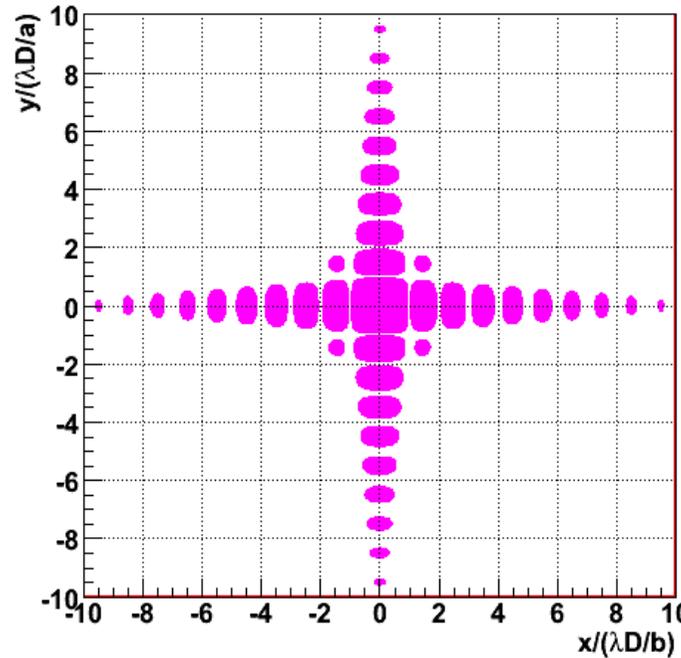
Ici la source de lumière et le point d'observation sont situés loin de l'ouverture, l'intensité est alors donnée par :

$$\frac{I(x, y)}{I_0} = \left[\text{sinc}\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) \text{sinc}\left(\frac{\pi a y}{\lambda D}\right) \right]^2$$

I_0 : intensité de l'onde plane incidente
 λD : distance d'observation

avec : $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$ (sinus cardinal de x)

Diffraction par une ouverture rectangulaire



Le premier maximum est à (0,0) les autres sont situés aux points :

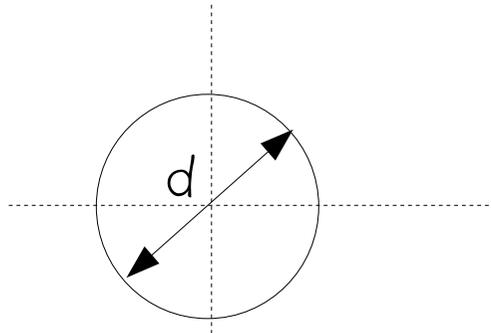
$$\left((m+1/2) \frac{\lambda D}{b}, (n+1/2) \frac{\lambda D}{a} \right)$$

entiers ≥ 1 , appelés ordres du lobe de diffraction

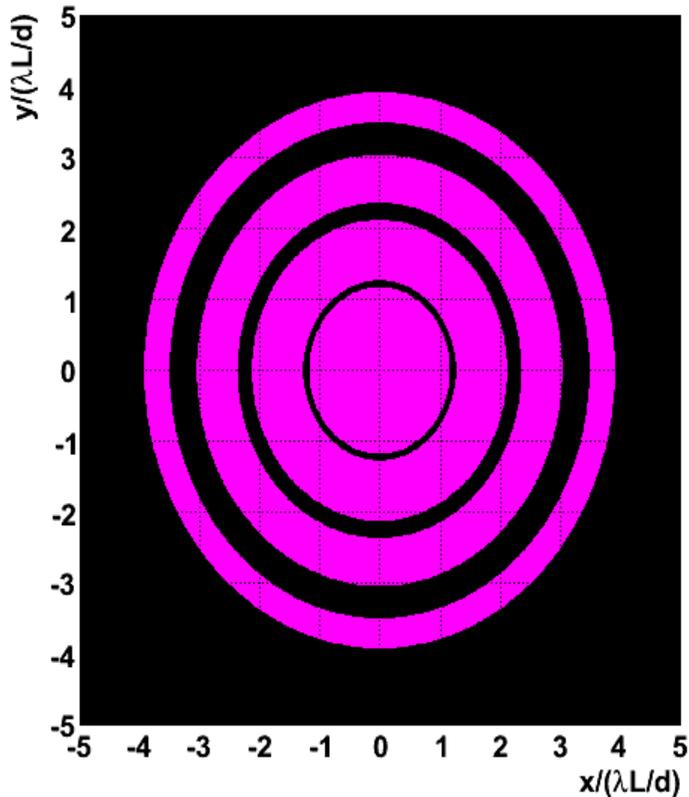
exo : si $a \gg \lambda$ et $a \gg b$ montrer que la figure de diffraction n'a de valeur significative que sur l'axe horizontal (0,x)

Une fente fine verticale produit une figure de diffraction horizontale et vice versa.

7. Diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire :



Diffraction par une ouverture circulaire



l'intensité observée loin de l'ouverture est alors :

$$\frac{I(x, y)}{I_0} = \left[\frac{2J_1(Z)}{Z} \right]^2$$

fonction de Bessel J_1 d'ordre 1

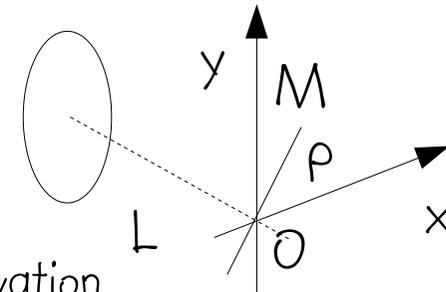
intensité de l'onde plane incidente

$$J_1(u) = \frac{u}{2} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2^{2p} p! (1+p)!} x^{2p}$$

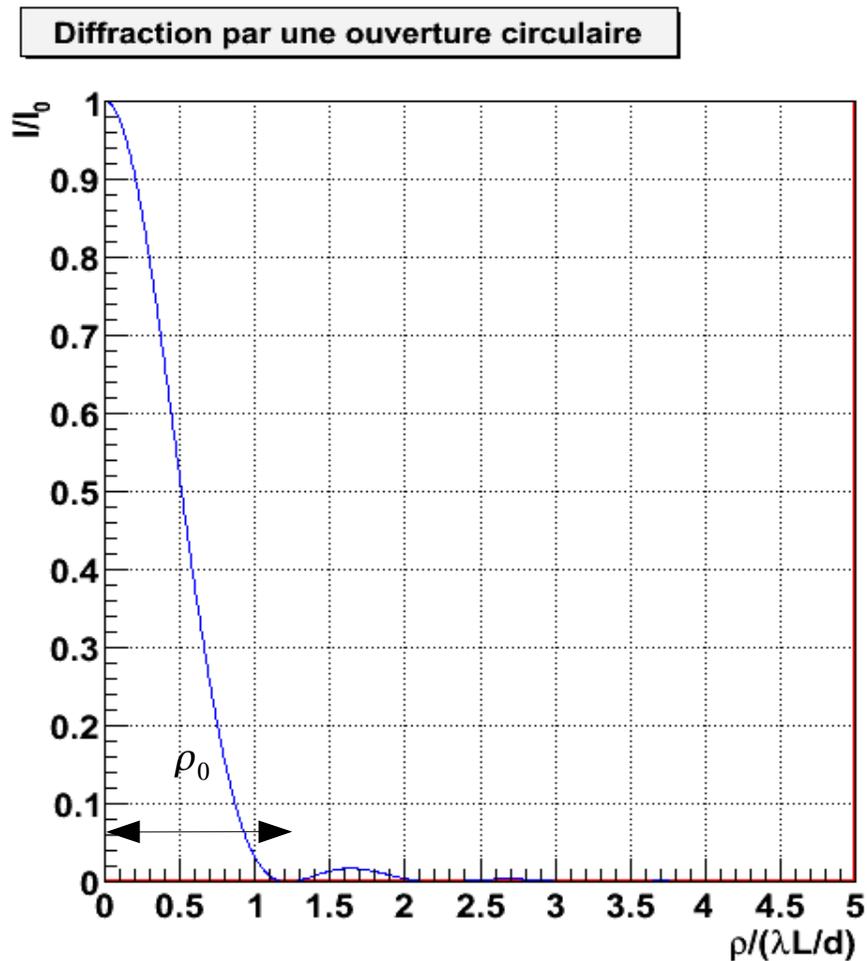
rayon de M par rapport à l'axe

avec : $Z = \frac{\pi \rho d}{\lambda L}$

distance ouverture-plan d'observation



8. Diffraction de Fraunhofer par une ouverture circulaire :



Rayon du premier minimum : $\rho_0 = 1,22 \frac{\lambda L}{d}$

définit la limite de résolution du système optique comportant ce type d'obturateur (objectifs, oeil ...). En dessous de cette limite le système voit flou !

9. exercices

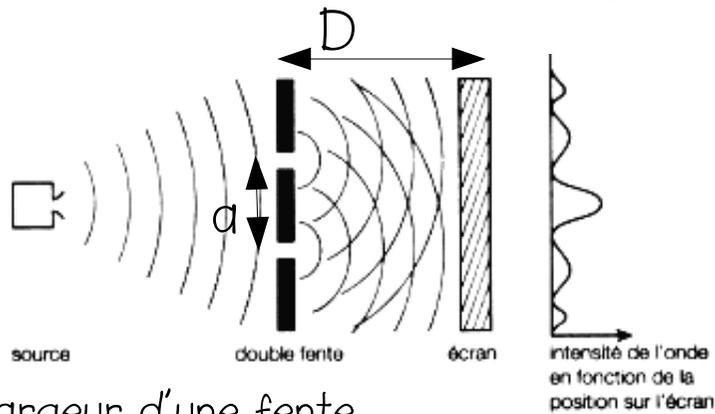
II. Limite de résolution - Critère de Rayleigh Quel est le diamètre de la pupille de votre œil ? Quelle est alors votre limite de résolution ? En déduire la distance d'une voiture dont vous pouvez tout juste séparer les deux phares, supposés ponctuels. Commentaires.

III. Ordres de grandeur.

a) On réalise un faisceau cylindrique de 2 mm d'extension et de longueur d'onde $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$. Avec quelle précision angulaire peut-on considérer ce faisceau comme formé de rayons parallèles?. Quelle est sa taille à 50 m ?

b) Sur un écran d'observation situé à $D=3 \text{ m}$ de l'objet diffractant, on observe la figure de diffraction d'un trou de rayon $a=100 \mu\text{m}$. Le trou est éclairé avec un laser He-Ne ($\lambda=632.8 \text{ nm}$). Sommes nous dans des conditions de champ lointain (diffraction de Fraunhofer) ? A quelle distance se situe la limite champ lointain champ proche.

10. Fentes de Young

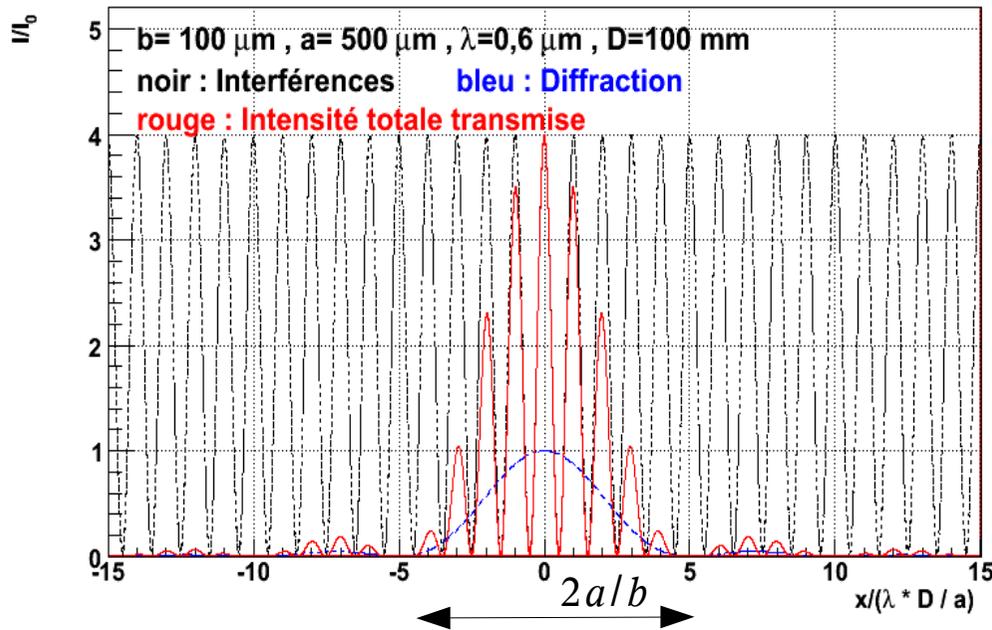


Dans Les conditions de Fraunhofer.

Il y a diffraction sur l'obstacle et interférence entre les deux fentes. Le profil d'intensité lumineuse observé sur l'écran est plus complexe que ce que nous avons vu jusqu'ici :

b largeur d'une fente

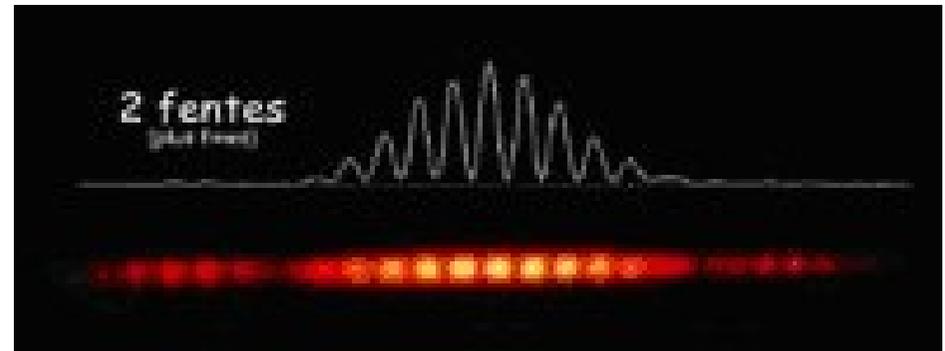
Intensité transmise par deux fentes



$$\frac{I(x)}{I_0} = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi a x}{\lambda D}\right)}{\sin\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)} \right]^2 = 4 \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) \cos^2\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)$$

terme de diffraction dépend de la largeur b

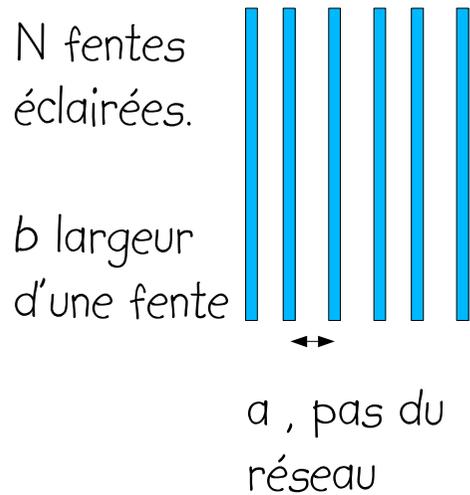
terme d'interférence dépend de la distance entre fentes



Intensité minimale pour : $x_{min} = (m + 1/2) \frac{\lambda D}{a}$

Intensité maximale pour : $x_{max} \simeq m \frac{\lambda D}{a}$

II. Diffraction sur un réseau de N fentes fines à l'infini éclairé en incidence normale :



$$\frac{I(x)}{I_0} = \text{sinc}^2\left(\frac{\pi b x}{\lambda D}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{N \pi a x}{\lambda D}\right)}{\sin\left(\frac{\pi a x}{\lambda D}\right)} \right]^2$$

terme de diffraction dépend de la largeur b mais pas du nombre de fentes

terme d'interférence dépend de la distance entre fentes et du nombre de fentes

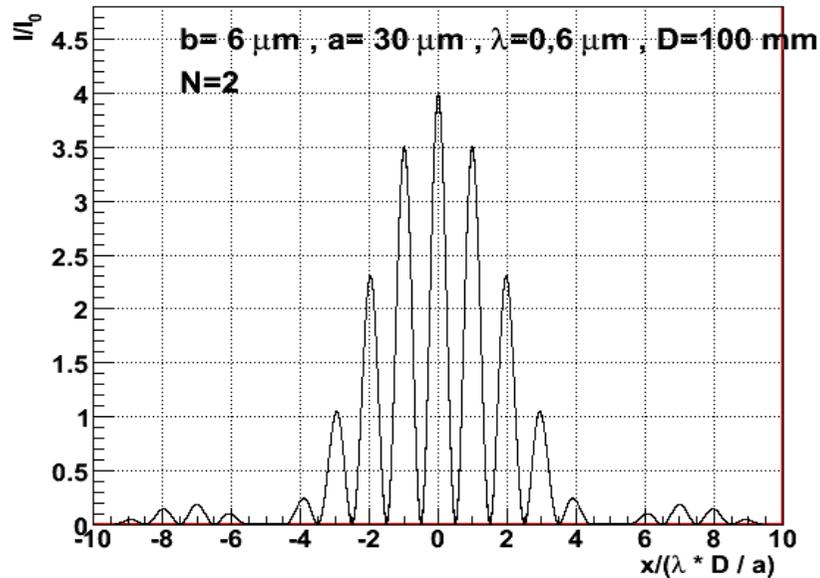
Si N croît, les maxima d'intensité restent aux mêmes positions : $x_{max} \simeq m \frac{\lambda D}{a}$

Ils s'affinent et deviennent plus brillants.

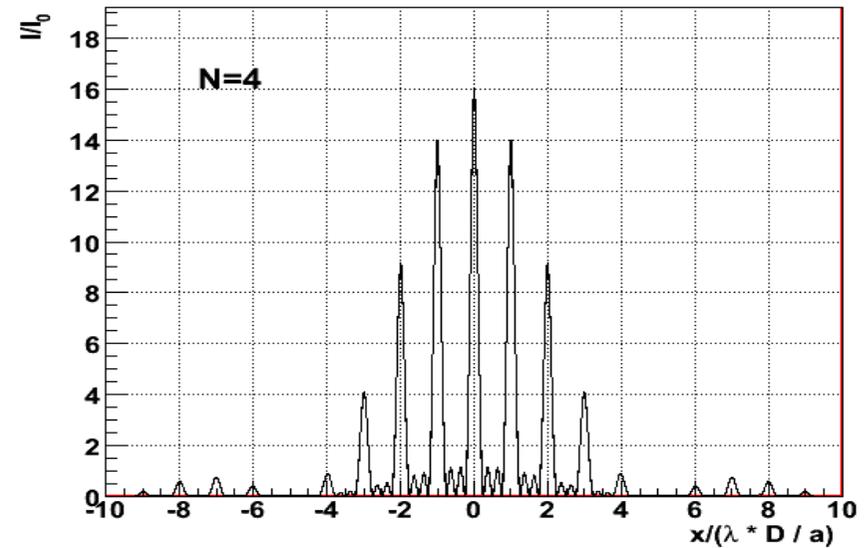
m est l'ordre d'interférence du maximum.

12. Diffraction sur un réseau de N fentes fines à l'infini :

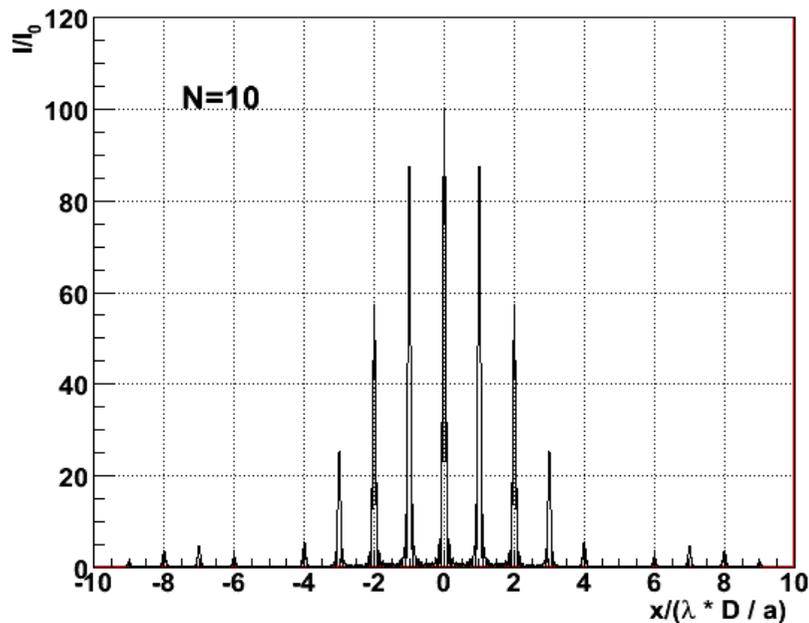
Diffraction par un réseau



Diffraction par un réseau



Diffraction par un réseau



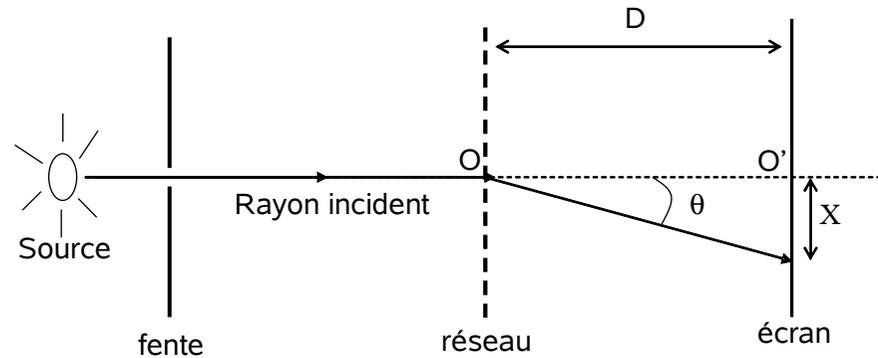
$1/a$ donne le nombre de fentes par
unité de longueur

Si N croît (nbre de fentes éclairées),
les maxima s'affinent et leur intensité
croît.

Si a diminue (nbre de traits par mm),
l'espacement entre les maxima croît.

13. Exercices

En général, on utilise des réseaux symétriques, où la séparation entre les fentes est $a=2b$ (aussi appelée pas du réseau, Λ). Alors, on définit le nombre de traits du réseau par unité de longueur, qui est ici donné par $n=1/a=1/2b$.

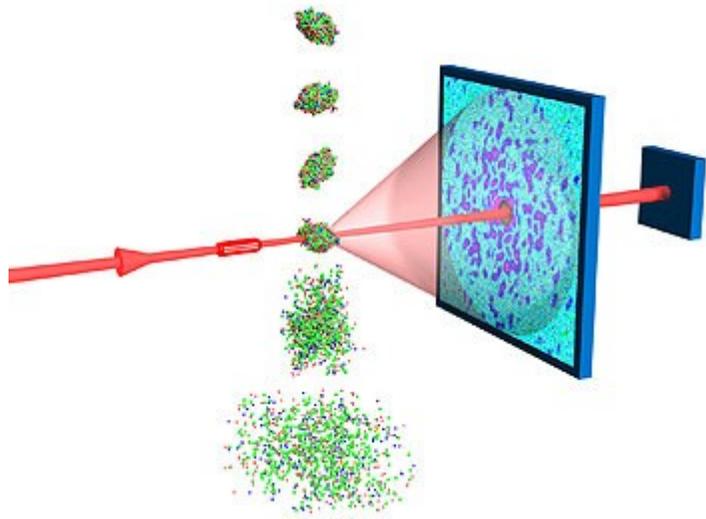


EXO : En vous basant sur le schéma précédent, montrer que la position des maxima de diffraction est donnée par : $X_{max} = D \tan[\arcsin(m \lambda n)]$

sachant que : $\sin \theta_{max} = m \lambda n$

EXO : Étude théorique de la fonction d'intensité en fonction de la séparation entre les traits du réseau et leur largeur. Quand $b \ll a$? Et quand $b \approx a$? Que pouvez-vous dire de la variation avec la longueur d'onde ? Qui est plus dévié, les grandes ou les faibles longueurs d'onde ?

Les réseaux de diffraction sont utilisés dans les monochromateurs, car ils permettent de « hacher » le signal optique provenant d'une source inconnue pour l'étudier par zones spectrales différentes. Ceci est dû à la dépendance en longueur d'onde de l'angle de diffraction des maxima d'intensité, ce qui permet, en plaçant un détecteur autour d'un cône angulaire donné, de n'étudier qu'une zone du spectre lumineux de la source, puis en modifiant l'angle, d'étudier d'autres zones spectrales : Voir TP goniomètre à réseau.



diffraction x sur des structures
moléculaires cristallines ou
biologiques

Structure atomique de trois molécules de prion de levure



13. Pour en savoir plus :

- Modern Optics, Robert Guenther, John Wiley & sons
- Optique, Marie May, Anne-Marie Cazabat , Dunod
- Optique, Georges Bruhat, Masson