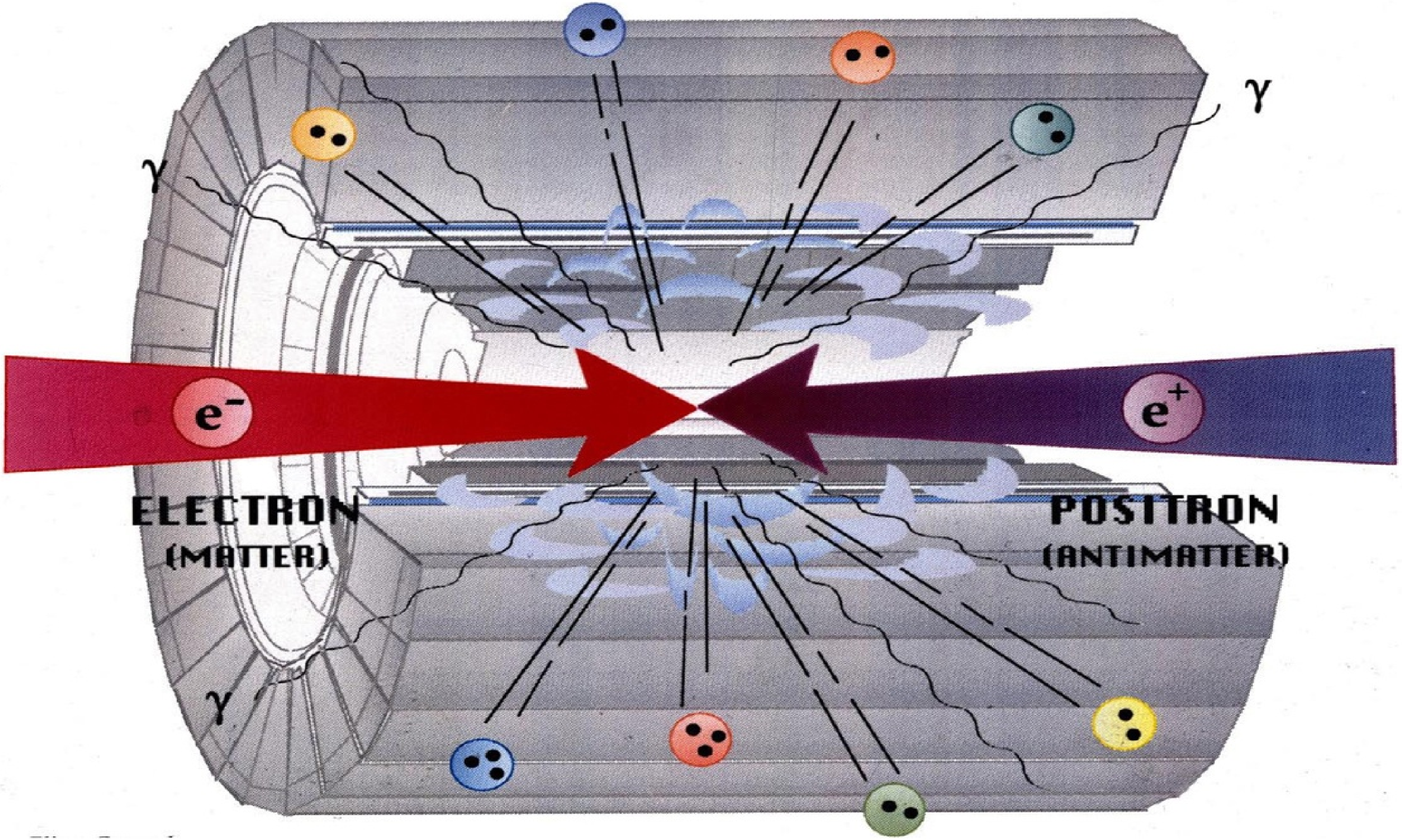
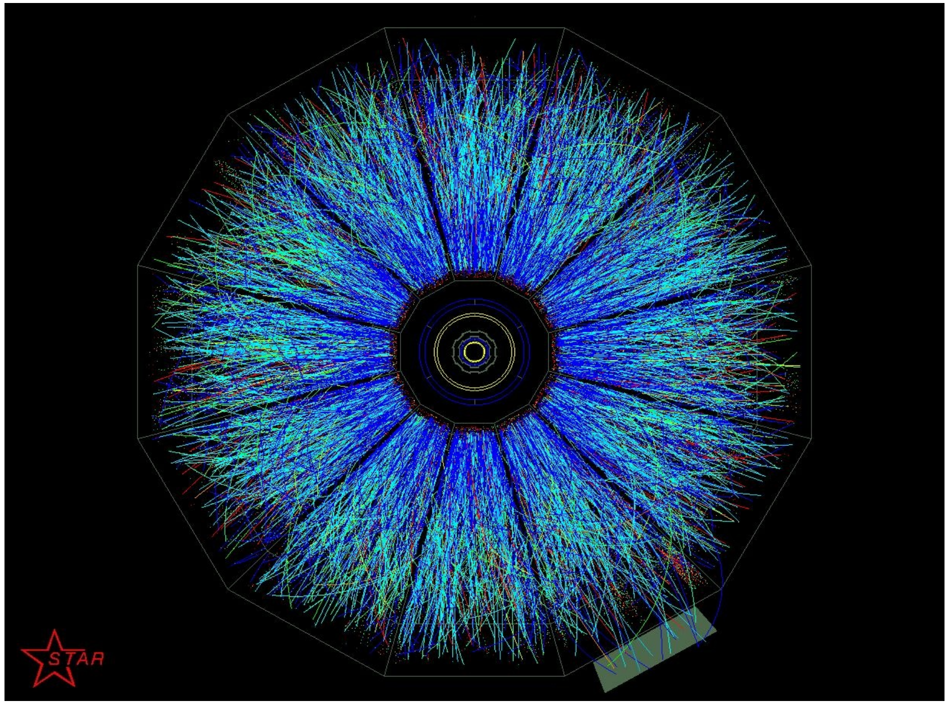
Rencontres

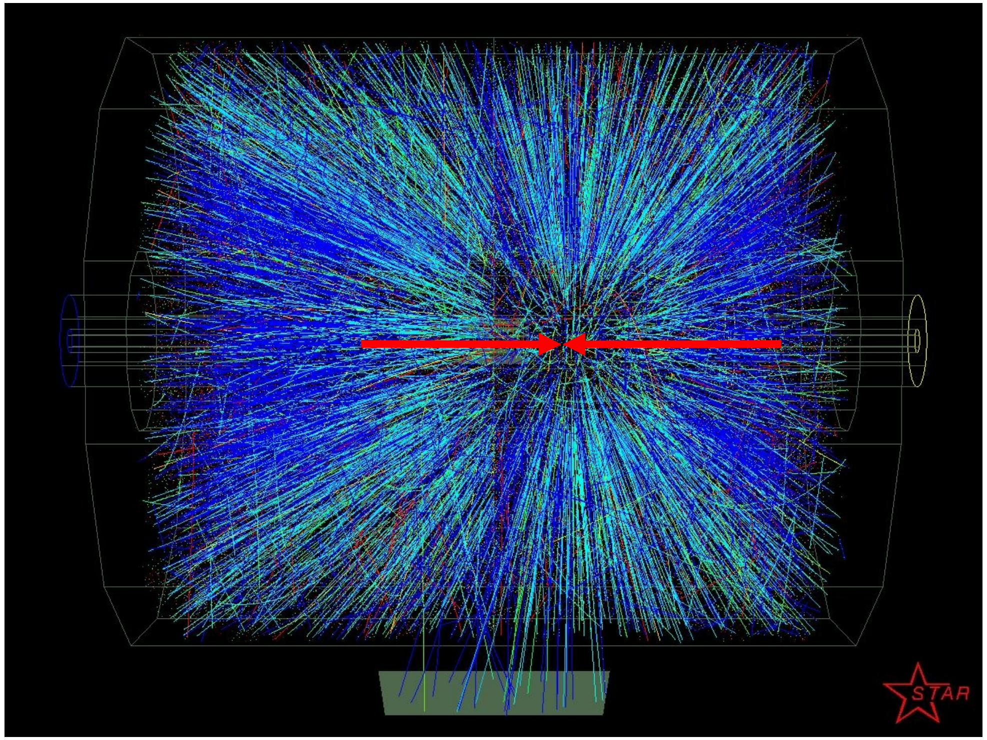
Collisions

Chocs

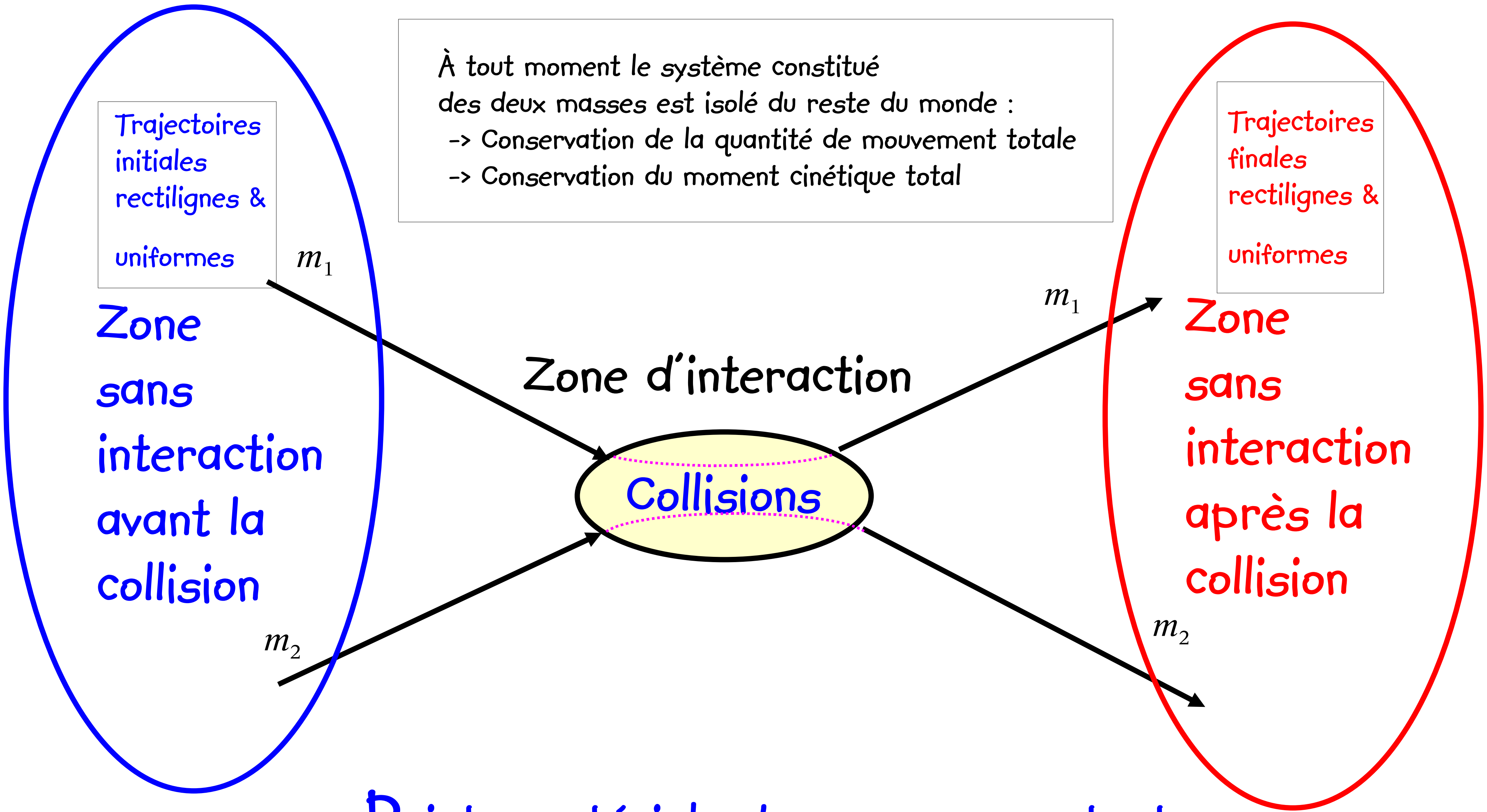


Vue conceptuelle d'une collision entre un électron et un anti-électron au LEP du CERN à très haute énergie





Collision entre deux noyaux d'or à Brookhaven (USA) sur l'accélérateur RHIC



Points matériels de masses constantes

Conservation de la quantité de mouvement et du moment cinétique total

On considère qu'aucune force extérieure n'est appliquée (ou que la résultante est nulle) aux deux points qui entrent en collision :

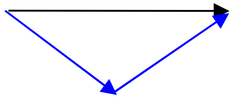
$$\vec{F}_{1/2}+\vec{F}_{2/1} = 0 \Rightarrow d(\vec{P}_{tot})=0 \Rightarrow \vec{P}_{tot}^{avant} = \vec{P}_{tot}^{après}$$

$$\vec{m}_{\vec{F}_{1/2}}+\vec{m}_{\vec{F}_{2/1}} = 0 \Rightarrow d(\vec{L}_{tot})=0 \Rightarrow \vec{L}_{tot}^{avant} = \vec{L}_{tot}^{après}$$

Dans le cas général la collision se déroule dans l'espace à 3 dimensions ; les trajectoires n'étant pas toujours coplanaires.
La collision n'implique pas nécessairement contact entre les points matériels .

Dans le cas où l'un des deux points est immobile avant la collision, les trois quantités de mouvement et les trois trajectoires sont contenus dans un seul plan car :

$$\vec{P}_1 = \vec{P}'_1+\vec{P}'_2$$

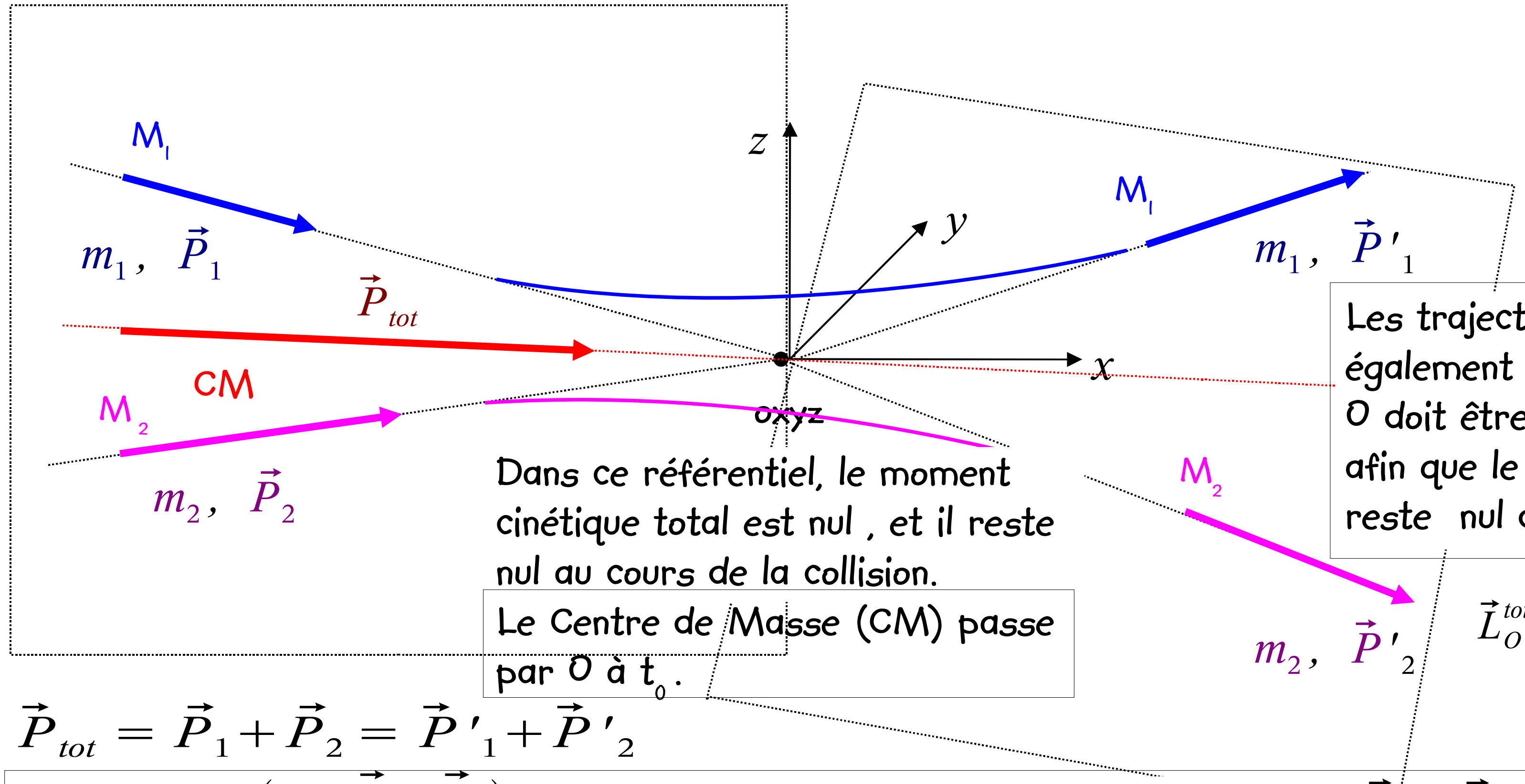


La somme des forces extérieures étant nulle, et puisque nous considérons que les points matériels ont des masses constantes, la vitesse de leur centre de masse est constante, et par conséquent, un référentiel lié au CM est galiléen

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{\Gamma}_G \sum m = \vec{0} \Rightarrow \vec{\Gamma}_G=\vec{0} \Rightarrow \vec{V}_G=\vec{Cte}$$

Collisions 3D concourantes

Si les trajectoires rectilignes et uniformes initiales sont concourantes , elles sont alors coplanaires car les deux vecteurs quantité de mouvement forment un plan : le plan initial de la collision.
On admet que le mouvement initial des deux corps est tel qu'une collision peut se produire à un même instant t_0 au point d'intersection des trajectoires initiales.



Dans ce référentiel, le moment cinétique total est nul , et il reste nul au cours de la collision.

Le Centre de Masse (CM) passe par O à t_0 .

Les trajectoires finales sont également rectilignes et uniformes. O doit être leur point concourant afin que le moment cinétique total reste nul dans tous les cas.

$$\vec{L}_O^{tot} = \vec{OM}_1 \wedge \vec{P}_1 + \vec{OM}_2 \wedge \vec{P}_2 = 0$$

$$\vec{P}_{tot} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2$$

Mais le plan $(O , \vec{P}_1 , \vec{P}_2)$ n'est pas nécessairement identique au plan $(O , \vec{P}'_1 , \vec{P}'_2)$

$(O , \vec{P}'_1 , \vec{P}'_2)$ contient la trajectoire du CM

Dans la zone d'interaction, s'il n'y a pas contact au moment de la collision, les trajectoires réelles ne sont pas nécessairement les droites concourantes représentées.

Collision analysée dans le Centre de Masse

Dans le référentiel oxyz lié au laboratoire (fixe) :

$$m_1\overrightarrow{OM}_1+m_2\overrightarrow{OM}_2=(m_1+m_2)\overrightarrow{OG} \;\Rightarrow\; m_1\frac{d(\overrightarrow{OM}_1)}{dt}+m_2\frac{d(\overrightarrow{OM}_2)}{dt} = (m_1+m_2)\frac{d(\overrightarrow{OG})}{dt}$$

$$m_1\vec{V}_1+m_2\vec{V}_2=(m_1+m_2)\vec{V}_G = m_1\vec{V}'_1+m_2\vec{V}'_2$$

$$\boxed{\vec{V}_G=\frac{m_1\vec{V}_1+m_2\vec{V}_2}{m_1+m_2}=\frac{m_1\vec{V}'_1+m_2\vec{V}'_2}{m_1+m_2}}$$

$$\vec{P}^{tot}=\vec{P}_1+\vec{P}_2=\vec{P}'_1+\vec{P}'_2 \;\Rightarrow\; \boxed{m_1(\vec{V}'_1-\vec{V}_1)=-m_2(\vec{V}'_2-\vec{V}_2)}$$

La masse la plus grande est la moins déviée

Dans le référentiel du centre de masse GXYZ :

Calcul des vitesses dans le CM : $\vec{V}^*=\vec{V}-\vec{V}_G$

$$\vec{V}_1^*=\vec{V}_1-\vec{V}_G=\frac{m_2}{(m_1+m_2)}(\vec{V}_1-\vec{V}_2) \qquad \vec{V}_2^*=\vec{V}_2-\vec{V}_G=\frac{m_1}{(m_1+m_2)}(\vec{V}_2-\vec{V}_1)$$

$$\vec{V}'^*_1=\vec{V}'_1-\vec{V}_G=\frac{m_2}{(m_1+m_2)}(\vec{V}'_1-\vec{V}'_2) \qquad \vec{V}'^*_2=\vec{V}'_2-\vec{V}_G=\frac{m_1}{(m_1+m_2)}(\vec{V}'_2-\vec{V}'_1)$$

$$m_1\overrightarrow{GM}_1+m_2\overrightarrow{GM}_2=0 \;\Rightarrow\; m_1\frac{d(\overrightarrow{GM}_1)}{dt}+m_2\frac{d(\overrightarrow{GM}_2)}{dt}=0 \;\Rightarrow\; m_1\vec{V}_1^*+m_2\vec{V}_2^*=0 \;\Rightarrow\; \vec{P}_1^*=\vec{P}^*=-\vec{P}_2^*$$

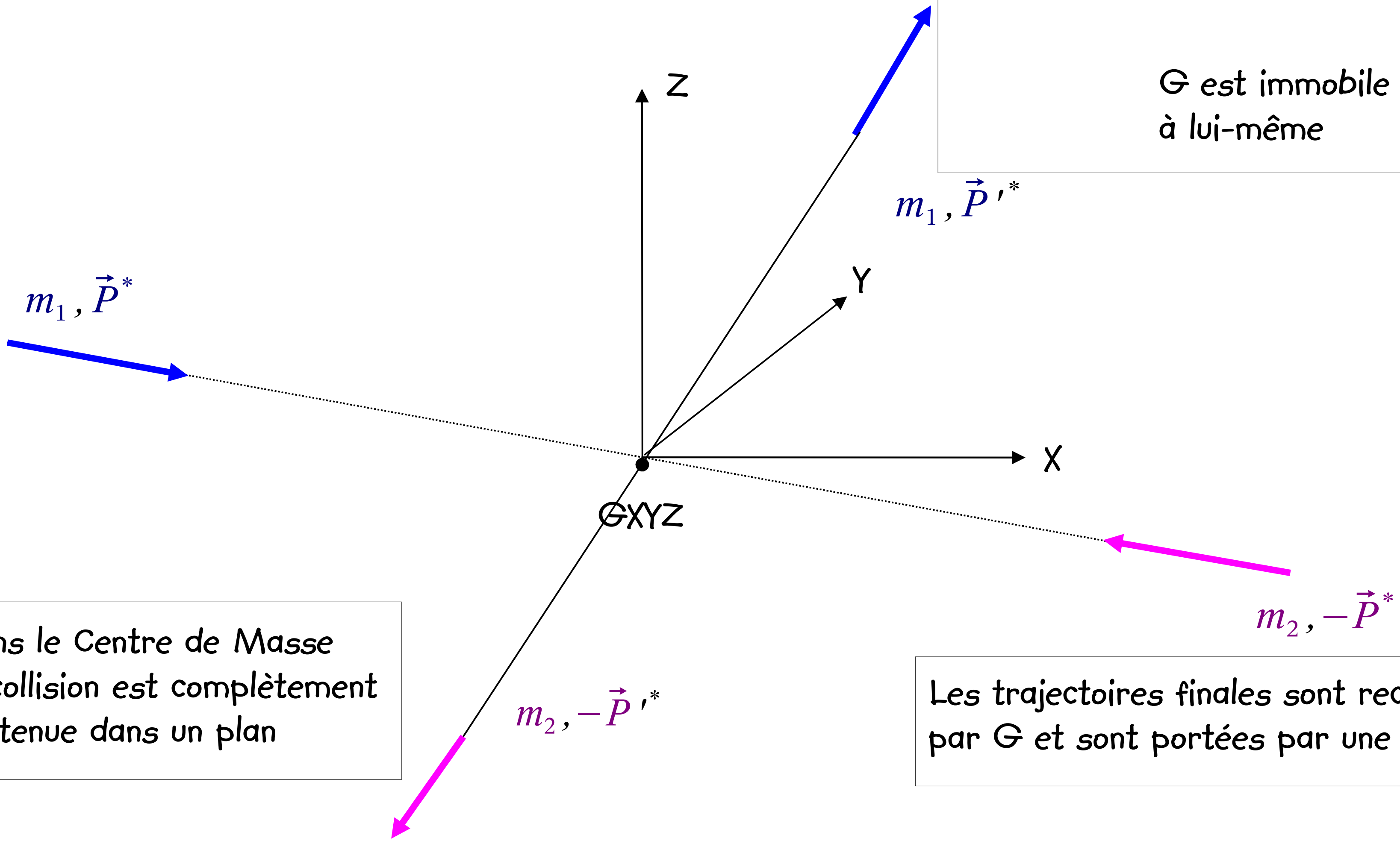
Dans le référentiel du centre de masse, la quantité de mouvement totale est nulle . C'est d'ailleurs la meilleure définition du référentiel du centre de masse qui reste correcte en relativité .

Collision dans le Centre de Masse

Trajectoires initiales concourantes analysées dans le référentiel du centre de masse (GXYZ)

Les trajectoires initiales sont rectilignes et sont portées par une même direction .

G est immobile par rapport à lui-même



Dans le Centre de Masse la collision est complètement contenue dans un plan

Les trajectoires finales sont rectilignes, passent par G et sont portées par une même direction

Collisions élastiques

Une collision est élastique si l'énergie cinétique totale des deux corps est identique avant et après la collision

$$E_c = \frac{P^2}{2m}$$

$$\frac{(P^*)^2}{2m_1} + \frac{(P^*)^2}{2m_2} = \frac{(P'^*)^2}{2m_1} + \frac{(P'^*)^2}{2m_2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2}\right)(P^*)^2 = \left(\frac{1}{2m_1} + \frac{1}{2m_2}\right)(P'^*)^2$$

donc $\quad P^* = P'^* \quad \Rightarrow \quad m_1 V_1^* = m_1 V'^*_1 \quad \Rightarrow \quad V_1^* = V'^*_1$ et $\quad m_2 V_2^* = m_2 V'^*_2 \quad \Rightarrow \quad V_2^* = V'^*_2$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{V_2^*}{V_1^*}$$

Dans une collision élastique entre deux corps de masses constantes, assimilés à des points matériels, les modules des vitesses de chaque corps dans le référentiel du centre de masse (uniquement) avant et après la collision sont égaux .

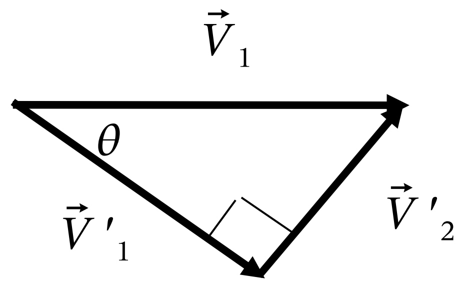
Collisions - élastiques - masses égales

Les trajectoires initiales sont concourantes .
Mêmes masses dont l'une d'entre-elles est au repos dans le référentiel du laboratoire avant la collision .

Dans le référentiel oxyz du laboratoire :

$$m\vec{V}_1 = m\vec{V}'_1 + m\vec{V}'_2 \;\Rightarrow\; \vec{V}_1 = \vec{V}'_1 + \vec{V}'_2$$

$$\frac{1}{2}mV_1^2 = \frac{1}{2}mV'^2_1 + \frac{1}{2}mV'^2_2 \;\Rightarrow\; \boxed{V_1^2 = V'^2_1 + V'^2_2}$$



θ est l'angle de déflexion de la masse initialement mobile

$$V'_1 = V_1 \cos\theta$$
$$V'_2 = V_1 \sin\theta$$

Collisions - élastiques - directes

Une collision est dite directe lorsqu'elle se déroule entièrement sur un même axe

Dans le référentiel oxyz du laboratoire :

CQM : $m_1(\vec{V}'_1-\vec{V}_1)=-m_2(\vec{V}'_2-\vec{V}_2) \Rightarrow m_1(V'_1-V_1)=-m_2(V'_2-V_2)$

CEC : $\frac{1}{2}m_1V_1^2+\frac{1}{2}m_2V_2^2=\frac{1}{2}m_1V'^2_1+\frac{1}{2}m_2V'^2_2 \Rightarrow m_1(V'^2_1-V_1^2)=-m_2(V'^2_2-V_2^2)$

$$m_1(V'_1-V_1)(V'_1+V_1)=-m_2(V'_2-V_2)(V'_2+V_2)$$

$$V'_1+V_1=V'_2+V_2 \qquad V'_1+V_1=\frac{m_1}{m_2}(V_1-V'_1)+V_2+V_2$$

$$V'_1(1+\frac{m_1}{m_2})=(\frac{m_1}{m_2}-1)V_1+2V_2 \Rightarrow V'_1=\frac{(m_1-m_2)V_1+2m_2V_2}{(m_1+m_2)}$$

$$V'_2=\frac{(m_2-m_1)V_2+2m_1V_1}{(m_1+m_2)}$$

Collisions - élastiques – directes avec l'une des masses initialement immobile

Dans le référentiel oxyz du laboratoire : $V_2 = 0$

$$V'_1 = \frac{(m_1 - m_2) V_1}{(m_1 + m_2)} \qquad V'_2 = \frac{2 m_1 V_1}{(m_1 + m_2)}$$

Si $m_1 < m_2$, m_1 rebondit sur m_2 (une balle sur un mur)

Si $m_1 = m_2$, m_1 s'immobilise et m_2 part avec V_1 (le carreau à la pétanque)

Si $m_1 > m_2$, m_1 garde le même sens de déplacement (camion sur le pare-chocs d'une voiture)

Si $m_1 \gg m_2$, m_2 part avec $2V_1$!! (camion sur le pare-chocs d'une petite voiture)

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \qquad E'_{c1} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 E_{c1} \qquad E'_{c2} = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} E_{c1}$$

Si $m_1 \gg m_2$ ou $m_2 \gg m_1$, le transfert d'énergie est très faible

$m_2 = m_1$, le transfert d'énergie est total

Collisions inélastiques & encastrement

Une collision inélastique se caractérise par une variation de l'énergie cinétique totale.

Une collision est dite totalement inélastique lorsque la totalité de l'énergie cinétique mesurée dans le référentiel du centre de masse disparaît au cours du choc . Les points sont donc à l'arrêt dans le CM après le choc . Il s'agit d'un encastrement, les deux points étant solidaires après le choc .

L'équation générale de l'encastrement est :

$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}\,'$$

$$avec\ \ \vec{V}_{CM} = \vec{V}\,' = \frac{m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2}{m_1 + m_2}$$

Si $V_2 = 0$ alors

$$\vec{V}\,' = \frac{m_1 \vec{V}_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow \vec{V}\,' - \vec{V}_1 = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1\right)\vec{V}_1 = \frac{-m_2}{m_1 + m_2}\vec{V}_1$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V\,'^2 = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 \left(1 - \frac{m_1}{m_1 + m_2}\right) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{c1}$$

Si $m_1 \gg m_2$ la perte d'énergie est faible. Elle est maximale si $m_2 \gg m_1$