



Modélisation Analytique de la vidange d'un réacteur nucléaire de génération 4 à sel fondu

Encadrants LPSC

Stagiaire

Thibault Le Meute
Filière GEN
thibault.lemeute@
grenoble-inp.org

Elsa Merle
Professeur à l'école PHELMMA / Grenoble
INP
elsa.merle-lucotte@phelma.
grenoble-inp.fr

Daniel Heuer
Chercheur CNRS - IN2P3 - LPSC
daniel.heuer@lpsc.in2p3.fr

Encadrants CEA

Frédéric Bertrand
Ingénieur Chercheur CEA
frederic.bertrand@cea.
fr

Nathalie Marie
Ingénieur Chercheur CEA
Nathalie.MARIE@cea.fr

CEADEN/CAD/DER/SESI/DIR

DO 51 19/08/19



19PPLH000065

Remerciements

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont apporté leur aide durant ces quelques mois de stage qui ont été si riches en nouvelles connaissances pour moi. Merci à tous mes encadrants Daniel Heuer, Elsa Merle, Nathalie Marie et Frédéric Bertrand pour m'avoir fait confiance pendant ces mois de stage.

Merci à Daniel Heuer et Elsa Merle pour votre encadrement durant les premiers mois de stage au LPSC. Merci Daniel de m'avoir aidé, d'avoir répondu à toutes mes questions durant cette courte période à Grenoble et d'avoir relu tous mes travaux. Merci de m'avoir expliqué tes outils de travail, en particulier le module ECI et ces étonnants algorithmes génétiques qui m'impressionnent toujours autant. Merci Elsa pour ta relecture attentive de ce rapport et pour ces innombrables corrections que tu as apportées. Merci Michel pour tes explications de thermodynamique et de chimie des sels fondus, et même si je ne suis pas encore sûr d'avoir tout compris, j'espère avoir l'occasion de le vérifier.

Merci à Frédéric Bertrand et Nathalie Marie qui m'ont encadré pendant la suite du stage au CEA Cadarache. Merci d'avoir relu avec attention tous mes travaux, de m'avoir guidé et d'avoir mis le doigt sur mes erreurs pour me permettre d'avancer sur ce travail. Merci Nathalie d'avoir refait tous mes calculs pour vérifier chacun des modèles. Merci Frédéric d'avoir apporté ton regard critique sur mes travaux et sur ce rapport.

Je tenais aussi à remercier Yann Leroy pour son apport sur les calculs de structure. Ces notions remontant assez loin derrière moi, je le remercie de m'avoir rafraîchi la mémoire en me ré-expliquant les origines de certaines hypothèses et les différents outils théoriques de calcul.

Sommaire

1	Introduction	1
1.1	Présentation des acteurs du stage	1
1.2	Présentation du réacteur étudié	1
1.3	Système de vidange d'urgence	2
1.4	Matériaux et grandeurs	3
1.5	Présentation du scénario d'étude	4
2	Dimensionnement du réservoir de vidange	5
2.1	Contexte	5
2.2	Méthode de calcul	5
2.2.1	Énergie résiduelle	6
2.2.2	Stockage d'énergie	7
2.3	Calcul de la géométrie	7
2.4	Résultats	8
3	Modélisation des phénomènes physiques	9
3.1	Vidange du réacteur à travers l'EDS	9
3.1.1	Introduction	9
3.1.2	Justification des hypothèses	9
	Forces mises en jeu	9
	Comparaison des forces	10
3.1.3	Vidange du réacteur vers l'EDS	11
	Vidange du réacteur	11
	Remplissage du collecteur	13
	Remplissage du réservoir	13
	Résultats	13
3.2	Etude du dépôt d'énergie résiduelle dans les différents matériaux	14
3.2.1	Introduction	14
3.2.2	Électrons	15
	Perte d'énergie des électrons	15
	Résultats des calculs	16
3.2.3	Photons	16
	Interaction des photons avec la matière	17
	Géométrie fournie au code Serpent	18
	Résultats	18
3.2.4	Conclusion	19
3.3	Application au spectre gamma du sel combustible	20
3.3.1	Introduction	20
3.3.2	Énergie des rayonnements gamma	20
	Fonctionnement du module ECI	20
	Rayonnements dans la puissance résiduelle	20
	Spectres gamma	21
3.3.3	Résultats	22
3.4	Transport de chaleur dans le sel inerte	23
3.4.1	Introduction	23
3.4.2	Modèle	23
3.4.3	Expressions de la conductivité	24
3.4.4	Limites du modèle	24
3.5	Evacuation de la chaleur en dehors du réservoir de vidange	25

3.5.1	Introduction	25
3.5.2	Calculs théoriques de l'échange de chaleur	25
	Température du gaz	25
	Température des ailettes	26
	Température de la paroi	28
3.5.3	Pertes de charge	28
3.5.4	Résolution du problème et résultats	29
	Algorithme	29
	Résultats	29
3.5.5	Conclusion	31
4	Analyse globale du transitoire	32
4.1	Evolution thermique du réservoir de vidange	32
4.1.1	Introduction	32
4.1.2	Méthode numérique	32
	Conduction thermique	32
	Changement de phase	34
	Remplissage du réservoir	34
4.1.3	Dépôt d'énergie gamma	35
4.1.4	Etude de sensibilité au maillage	35
4.2	Calcul de la thermo-mécanique	37
4.2.1	Contexte	37
4.2.2	Résultats	37
4.2.3	Conclusion	39
5	Conclusion et perspectives	41
A	Calcul du nombre de tubes dans le réservoir de vidange	43
B	Calcul de structure	44
C	Calculs thermique	49
C.1	Température des ailettes	49
C.2	Température radiale de la paroi	50
D	Calculs du critère de stabilité	54
D.1	Expression matricielle des schémas de Runge-Kutta	54
D.2	Valeurs Propres de la matrice M	55
D.3	Critère de stabilité	56

Table des figures

1.1	Représentation du cœur du MSFR avec le système de vidange d'urgence [1] (gauche) et une coupe du réservoir de vidange (droite)	3
2.1	Paramétrisation d'un tube de refroidissement	5
2.2	Puissance en fonction du temps (gauche). Énergie à stocker en fonction du temps (droite) . . .	6
2.3	Paramétrisation finale d'un tube de refroidissement et du réservoir complet	8
3.1	Nombre de Bond (à gauche) et de Jeffrey (à droite) pour $r_{\text{conduite}} = 15$ cm et $\theta_{\text{collecteur}} = 0.0349$ rad, voir plus loin leur définition	11
3.2	Schéma du système complet	11
3.3	Hauteur en fonction du temps pour un rayon de conduite de 15 cm et un angle $\theta = 0.0349$ rad. Collecteur à gauche et réservoir à droite	14
3.4	Arrêt d'un électron de 6.584 MeV dans le combustible	15
3.5	Arrêt d'un électron de 6.584 MeV dans le sel combustible (gauche) et dans le sel inerte (droite) . . .	17
3.6	Géométrie du réservoir de vidange dans Serpent	18
3.7	Absorption de l'énergie d'un photon dans chacun des matériaux (gauche), focus sur le sel inerte (droite) avec l'indice du sel inerte qui augmente avec la distance au sel combustible	19
3.8	Taux d'absorption de l'énergie dans chacun des matériaux (gauche) et avec les différentes coupes de sel inerte (droite) avec l'indice du sel inerte qui augmente avec la distance au sel combustible	19
3.9	Ratio de la puissance résiduelle sous forme de rayons gamma et beta	21
3.10	Taux de comptage en fonction de l'énergie de chaque gamma pour 1 s, 100 s et 10^9 s	21
3.11	Facteur de normalisation utilisé pour prendre en compte toute la puissance électromagnétique	22
3.12	Ratio de la puissance résiduelle déposée dans chaque matériau	22
3.13	Schéma de la convection naturelle dans le sel inerte	23
3.14	$C_p(T)$ de l'air et les valeurs de la linéarisation	26
3.15	Schéma local du bilan de chaleur sur un volume infinitésimal d'une ailette	27
3.16	Vitesse d'entrée de l'air dans le réservoir en fonction de la température de la colonne froide (gauche) et différences entre les pertes de charges et la pression motrice (droite)	30
3.17	Température maximale de la paroi en hastelloy pour 8 ailettes et un diamètre de passage de l'air de 30 cm (gauche) et 35 cm (droite) avec la température de fusion de l'hastelloy en noir	30
3.18	Température maximale de la paroi en hastelloy pour 10 ailettes et pour un diamètre de passage de l'air de 30 cm (gauche) et 35 cm (droite) avec la température de fusion de l'hastelloy en noir	31
4.1	Schéma d'un volume élémentaire pour les calculs d'évolution thermique	33
4.2	Evolution, à court terme, de la température (gauche) et $2 \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}}$ (droite) pour plusieurs tailles de maillage (Nx étant le nombre de mailles radiales)	36
4.3	Evolution, à long terme, de la température (gauche) et $2 \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}}$ (droite) pour plusieurs tailles de maillage (Nx étant le nombre de mailles radiales)	37
4.4	Différence maximale de température dans la paroi en hastelloy dans le réservoir de vidange en fonction du temps	37
4.5	Contraintes normalisées à gauche et déformations à droite	38
4.6	Profile de température pour la variation de température maximale aux parois	38
4.7	Contraintes normalisée à gauche et déformations à droite	39
4.8	$\max_{(i,j) \in \{r,\theta,z\}^2} \sigma_i - \sigma_j $ en fonction de l'épaisseur	39
A.1	Schéma du décompte des couronnes	43
C.1	Schéma local	49

C.2 Schéma d'un tube de refroidissement focalisé sur les ailettes et la paroi en Hastelloy (gauche) et bilan sur un élément de volume radial (droite) 51

C.3 Différence de température entre la température de la paroi en hastelloy et la température de l'air en fonction de l'angle dans la barre de refroidissement 53

D.1 valeur de la fonction de stabilité du schéma Runge Kutta d'ordre 4 56

Liste des tableaux

1.1	Propriétés thermodynamiques de l'hastelloy N à 500 ° C	3
1.2	Propriétés thermodynamiques du sel FLiNaK	3
1.3	Propriétés thermodynamiques du sel combustible	4
2.1	Coefficients de la puissance résiduelle	6
3.1	Masse volumique et tension de surface des sels LiF et ThF ₄	10
3.2	Contribution à la puissance résiduelle des contributeurs essentiels.	14
3.3	Fraction atomique des différents noyaux du sel combustible	16

Nomenclature

Sigles et Acronymes

CEA	Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives
ECI	Evolution de Composition Isotopique
EDS	Emergency Draining System
FLiNaK	LiF-NaF-KF
GIF	Generation IV International Forum
IN2P3	Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules
LPSC	Laboratoire de Physique Subatomique et Cosmologie
MSFR	Molten Salt Fast Reactor
REP	Réacteurs à Eau Pressurisée
SAMOFAR	Safety Assessment of the Molten Salt Fast Reactor
SAMOSAFER	Severe Accident Modeling and Safety Assessment for Fluid-fuel Energy Reactors

Constantes

c	$\approx 2.998 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$	Célérité de la lumière dans le vide
g	$\approx 9.81 \text{ m.s}^{-2}$	Accélération de la pesanteur
h	$\approx 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$	Constante de Plank
m_e	$\approx 511 \text{ keV.c}^{-2}$	Masse de l'électron
N_A	$\approx 6.02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	Nombre d'Avogadro
r_e	$\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 m_e c^2} \approx 2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$	Rayon classique de l'électron
u	$\approx 1.66 \times 10^{-24} \text{ g}$	Unité de masse atomique

Mécanique des fluides

σ	$[N.m^{-1}]$	Tension de surface
p	$[Pa]$	Pression statique
S	$[m^2]$	Surface
v	$[m.s^{-1}]$	Vitesse
z	$[m]$	Hauteur

Physique Nucléaire

β	Vitesse réduite
γ	Facteur de Lorentz
A	Nombre de masse
T	$[eV]$ Energie cinétique
Z	Nombre de charge

Thermo-mécanique

α	$[K^{-1}]$ Coefficient de dilatabilité thermique
ϵ	Tenseur des déformations
ν	Coefficient de Poisson
σ	$[Pa]$ Tenseur des contraintes
E	$[Pa]$ Module d'Young

Thermique

λ ou k	$W.m^{-1}.K^{-1}$ Conductivité thermique
ϕ	$[W.m^{-2}]$ Densité de flux de chaleur à évacuer
ρ	$[kg.m^{-3}]$ Masse volumique
A	Rapport d'aspect
C_p	$[J.kg^{-1}.K^{-1}]$ Capacité calorifique massique
h	$[W.m^{-2}.K^{-1}]$ Coefficient de transfert thermique conducto-convectif
j	$[W.m^{-2}]$ Vecteur densité de courant de chaleur
L	$[J.kg^{-1}]$ Chaleur latente
N_a	Nombre d'ailettes dans une barre de refroidissement
Pr	Nombre de Prandtl
q	$[W.m^{-3}]$ Puissance thermique volumique
Ra	Nombre de Rayleigh
T	$[K]$ Température

Partie 1

Introduction

1.1 Présentation des acteurs du stage

Ce stage a été réalisé en partenariat entre deux entités : le CEA de Cadarache et le CNRS-IN2P3-LPSC de Grenoble. La première partie du stage (du 25/03/2019 au 10/05/2019) a été réalisé à Grenoble au LPSC puis la deuxième (du 11/05/2019 au 20/09/2019) au CEA de Cadarache.

Le laboratoire LPSC dépend de l'IN2P3 (Institut National de Physique Nucléaire et de Physique des Particules) qui est un institut de recherche du CNRS (Centre national de la recherche scientifique) qui est le plus grand organisme de recherche public français. Le LPSC est une Unité Mixte de Recherche CNRS-Université. De nombreux domaines de la physique sont étudiés par les 220 personnes qui travaillent sur une activité de recherche. Les quatre axes scientifiques définis par le laboratoire sont :

- des quarks aux noyaux
- astroparticules, cosmologie et neutrinos
- énergie et santé
- accélérateurs, sources d'ions et plasma

Le groupe MSFR du LPSC de Grenoble, qui est composé de Daniel Heuer et Elsa Merle, étudie depuis de nombreuses années le réacteur faisant l'objet de ce stage : le MSFR (Molten Salt Fast Reactor). Ce groupe de travail a participé activement au projet européen SAMOFAR (Safety Assessment of the Molten Salt Fast Reactor) et fera aussi partie du projet SAMOSAFER (Simulation Models and Safety Assessment for Fluid-fuel Energy Reactors) qui sont deux projets européens qui ont pour objectif de développer les aspects de sûreté du MSFR.

Le CEA de Cadarache (Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives) est l'un des 10 centres du CEA. Cet organisme de recherche est classé établissement public à caractère industriel et commercial. Les activités du CEA de Cadarache sont axées autour des nouvelles technologies de l'énergie, de la biologie végétale et de l'énergie nucléaire. Les recherches autour de cette dernière thématique sont orientées selon deux axes : la fission avec le développement de réacteurs à neutrons rapides et des études d'amélioration de la filière actuelle de réacteurs à neutrons thermiques et la fusion avec le site d'ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor). Mon stage s'est déroulé au SESI (Service d'Etude des Systèmes Innovants) où sont réalisées des études de pré-conception pour les réacteurs de génération IV.

1.2 Présentation du réacteur étudié

Depuis la première création humaine d'une réaction en chaîne auto-entretenu dans une pile de Fermi en 1942, le développement des réacteurs nucléaires a connu de nombreuses ruptures technologiques qui ont permis de catégoriser les différents réacteurs développés et construits. Ces catégories sont nommées générations et la dernière à être en construction est la génération III avec l'EPR (European Pressurized Reactor) et l'AP1000 américain. De nombreux concepts sont candidats pour la génération IV suivante, pour laquelle un cadre a été créé pour le développement de cette génération sous le nom de GIF (Generation IV International Forum). Le premier rôle du GIF [2] a été de poser les objectifs clés à atteindre pour les réacteurs de cette génération et de sélectionner six concepts de réacteurs pour atteindre ces objectifs.

Le concept RSF (Réacteurs à Sels Fondu) a été développé dans un premier temps aux USA avec un projet militaire pour équiper des bombardiers. Ce projet s'est étendu de 1946 à 1961 et il a pris fin avant que l'avion

ne soit construit. Mais des prototypes de réacteur ont été construits et ont permis de démontrer que le concept d'un réacteur à combustible liquide pouvait être viable. Après l'arrêt du programme de recherche sur les avions à propulsion nucléaire, le concept a continué d'être étudié dans le domaine civil. Le projet à spectre neutronique thermique MSRE (Molten Salt Reactor Experiment) a fonctionné entre 1965 et 1969. Le projet de réacteur industriel MSBR (Molten Salt Breeder Reactor) qui, comme son nom l'indique devait être un réacteur surgénérateur à cycle Thorium, a été jugé non compétitif par rapport aux REP (Réacteurs à Eau Pressurisée) qui composent aujourd'hui majoritairement la génération II et III.

Dans son concept de référence, le MSFR (Molten Salt Fast Reactor) est un réacteur de 3 GW thermiques avec une température moyenne de fonctionnement aux alentours de 1000 K fonctionnant en cycle Thorium, donc avec du ^{232}Th comme noyau fertile et de ^{233}U comme noyau fissile. Ces noyaux sont dissous dans un sel, dit "sel combustible" qui est chauffé par les réactions de fission et cette chaleur est échangée avec le sel du circuit intermédiaire dit "sel intermédiaire". Le temps de circulation du sel combustible dans le réacteur est aux alentours de 4 s et plusieurs compositions de sel sont étudiées. Ces compositions se séparent en deux grandes catégories : les sels fluorures et les sels chlorures, chacun avec leurs avantages et leurs inconvénients. Dans le concept de base, c'est un sel fluorure qui a été sélectionné en symbiose avec le cycle du combustible thorium. La composition du sel est la suivante : 77.5 % mol LiF et 22.5 % mol (NL)F où NL représente les noyaux lourds ($^{232}\text{ThF}_4$ - $^{233}\text{UF}_{3,4}$ à l'équilibre). Or, les noyaux d' ^{233}U ne seront pas disponibles lors de la première génération du déploiement de ces réacteurs. Les études ont donc aussi porté sur un démarrage avec de l'uranium enrichi et/ou du plutonium et des actinides mineurs issus du combustible usé des REP. Le spectre rapide du MSFR permet, de plus, d'incinérer ces matières produites dans les réacteurs en fonctionnement au lieu de les stocker ou de les mettre dans les colis de déchets comme fait actuellement.

Le concept de RSF a été choisi pour faire partie de la Génération 4. Le réacteur qui a été étudié durant ce stage, le MSFR (Molten Salt Fast Reactor) fait partie de cette catégorie de réacteur. Il doit donc remplir les objectifs de la génération IV qui sont les suivants :

- Améliorer la sûreté nucléaire
- Optimiser l'utilisation des ressources naturelles et la durabilité du réacteur
- Minimiser les déchets
- Améliorer la résistance à la prolifération
- Diminuer les coûts de construction et d'exploitation des réacteurs

Durant ce stage, c'est le premier point qui nous a intéressé. En effet, par rapport aux réacteurs à combustible solide, ce concept de réacteur présente, sur le papier, des avantages de sûreté grâce à l'état liquide de son combustible. En effet, en cas d'accident il est plus aisé de rendre le combustible sous critique et de le mettre dans une configuration qui permet un refroidissement et ceci de façon passive par vidange gravitaire du sel combustible.

1.3 Système de vidange d'urgence

Le système de vidange d'urgence du MSFR, appelé EDS (Emergency Draining System), a pour objectif de changer la géométrie du sel combustible lors d'un accident pour le placer dans une géométrie sous-critique et évacuer de manière passive la puissance résiduelle produite par la décroissance des noyaux radioactifs (produits de fission et noyaux lourds). L'évacuation de la puissance résiduelle doit être assurée de façon passive à court et à long terme : en effet la puissance produite par le sel combustible reste relativement élevée pendant un temps très long et l'objectif est que, lors d'un accident très grave où il faut évacuer la centrale, le sel combustible doit pouvoir se refroidir sans causer de dégâts radiologiques dans l'environnement hors du réacteur. Pour des accidents moins graves ou des vidanges intempestives, il faut que le sel combustible puisse être récupéré et remis en réacteur rapidement. C'est pour cela qu'un réservoir spécifique est étudié.

Le système de vidange d'urgence est composé de trois parties : le collecteur, la conduite de vidange et le réservoir de vidange. Un schéma du MSFR avec son système de vidange d'urgence est représenté sur la Figure 1.1. Le matériau de structure qui compose les différentes parties de l'EDS est supposé être le même que celui du réacteur : de l'hastelloy N, un alliage de nickel. La géométrie du réservoir de vidange a été pensée pour évacuer le mieux possible la puissance résiduelle due aux décroissances des noyaux radioactifs. L'objectif est d'avoir la plus faible quantité de sel combustible au même endroit pour le refroidir de la manière la plus efficace possible. Une géométrie hexagonale a été adoptée pour évacuer la chaleur résiduelle.

Par ailleurs, en cas d'accident, on souhaite que l'EDS puisse fonctionner de manière passive. Donc pour refroidir le réservoir de vidange, l'objectif est d'utiliser l'air du bâtiment réacteur en convection naturelle.

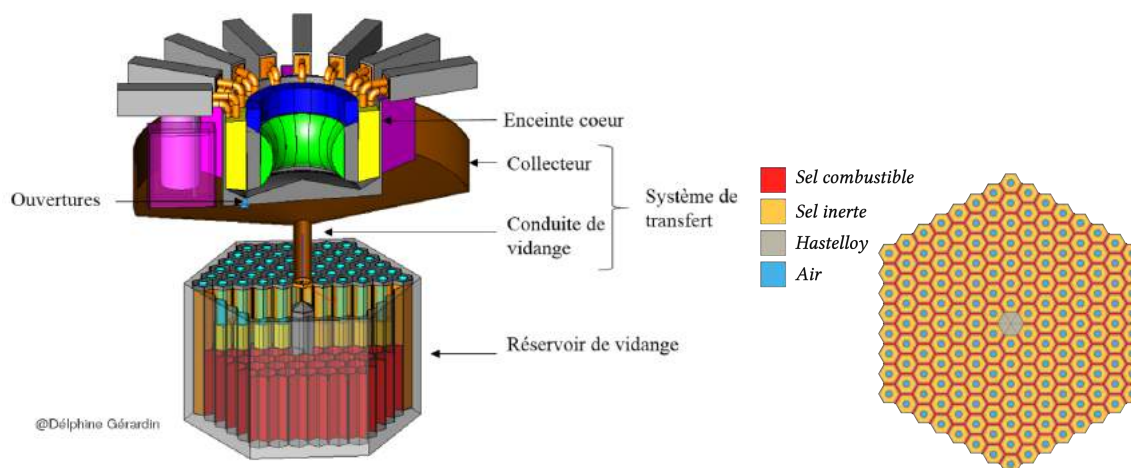


FIGURE 1.1 – Représentation du cœur du MSFR avec le système de vidange d’urgence [1] (gauche) et une coupe du réservoir de vidange (droite)

Or, la puissance résiduelle aux premiers instants de la vidange est aux alentours de 150 MW ce qui est impossible à évacuer avec de l’air en convection naturelle sans risque de fusion des parois du réservoir. C’est pourquoi un matériau a été ajouté dans le réservoir de vidange. Son objectif est de conférer une inertie thermique au réservoir. Le choix de ce matériau s’est orienté assez naturellement vers un sel fluorure dit inerte, disposant d’une forte inertie thermique (ρC_p) qui pilote la quantité d’énergie thermique qu’il peut stocker et chimiquement proche du sel combustible pour éviter les réactions imprévues en cas de contact entre les sels. Ce sel inerte est solide avant vidange du combustible, puis fond et emmagasine la chaleur résiduelle importante produite lors des premiers instants de la vidange.

1.4 Matériaux et grandeurs

Un objectif de ce stage a été de réaliser une modélisation analytique du transitoire de vidange du réacteur à long terme. C’est-à-dire que nous ne nous sommes pas préoccupés des effets en cœur qui ont pu causer la vidange ou des effets qui ont pu causer une pressurisation du réacteur. Les grandeurs qui sont utiles dans les codes d’évolution ou de design sont répertoriées ici. Toutes les propriétés ont été extraites de la thèse de Delphine Gérardin [1] à l’exception de la capacité calorifique du sel FLiNaK (LiF-NaF-KF considéré comme sel inerte) qui provient de [3].

Propriété	Valeur
Masse volumique [$kg.m^{-3}$]	8860
Capacité calorifique [$J.K^{-1}.kg^{-1}$]	480
Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	18

TABLE 1.1 – Propriétés thermodynamiques de l’hastelloy N à 500 °C

Propriété	Valeur	Plage de validité [K]
Masse volumique [$kg.m^{-3}$]	$2579,3 - 0.624 \times T_{(K)}$	[940 – 1170]
Capacité calorifique [$cal.K^{-1}.mol^{-1}$]	$12.8218 - 9.651.10^{-3}T_{(K)} + 1.513.10^{-5}T_{(K)}^2$	[330, 720]
Capacité calorifique [$cal.K^{-1}.mol^{-1}$]	$9.6360 + 10.487 \times 10^{-3}T_{(K)}$	[750, 860]
Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	$0,36 + 5,6 \times 10^{-4} \times T_K$	[790 – 1080]

TABLE 1.2 – Propriétés thermodynamiques du sel FLiNaK

Propriété	Valeur	Plage de validité [K]
Masse volumique [$kg.m^{-3}$]	$4983 - 0.882 \times T_{(K)}$	[893 – 1123]
Viscosité cinématique [$m^2.s^{-1}$]	$5.54 \times 10^{-8} e^{3689/T_{(K)}}$	[898, 1119]
Capacité calorifique [$J.K^{-1}.kg^{-1}$]	$(-1.111 + 0.00278 \times T_{(K)})10^3$	[867, 907]
Conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$]	$0,928 + 8.397 \times 10^{-5} \times T_K$	[891 – 1020]

TABLE 1.3 – Propriétés thermodynamiques du sel combustible

1.5 Présentation du scénario d'étude

Le but de ce stage est de modéliser analytiquement le transitoire de vidange du réacteur vers le réservoir de vidange et l'évolution thermique du réservoir pour vérifier la sûreté du système de vidange d'urgence. Le premier objectif du stage a donc été de modéliser cette vidange du sel combustible dans le système de vidange d'urgence après avoir défini la géométrie du réservoir de vidange à utiliser. Mais, pour pouvoir évaluer l'évolution de la température dans le réservoir de vidange d'urgence, il est nécessaire de s'intéresser aux différents phénomènes qui entrent en jeu. C'est pourquoi nous avons étudié indépendamment le dépôt de la puissance résiduelle et la convection naturelle. Cette dernière se met en place dans le sel inerte des tubes de refroidissement. C'est aussi la méthode d'évacuation de la puissance dans le réservoir de vidange par le gaz dans l'enceinte réacteur. Nous avons donc étudié ces phénomènes pour pouvoir simuler l'évolution de la température du réservoir. Des scripts et des codes en langage Python et C ont été développés pour résoudre les différentes équations en jeu.

Partie 2

Dimensionnement du réservoir de vidange

2.1 Contexte

La première étude réalisée a concerné le design du réservoir de vidange sur lequel nous baseront nos études. Les objectifs du réservoir de vidange (sous criticité et évacuation de la chaleur) ainsi que les matériaux utilisés ont été développés dans l'introduction. Delphine Gérardin [1] a calculé durant sa thèse que le réservoir de vidange reste sous-critique pour des tailles de barres de refroidissement compatibles avec la gamme des géométries envisageables de la conception. L'objectif de cette partie est donc d'évaluer plus précisément un design avec une méthode purement thermique afin d'évaluer le stockage de la puissance résiduelle dans le réservoir.

Nous supposons ici que l'air en convection naturelle est capable d'évacuer 15 MW sans que la température de la paroi en Hastelloy à son contact dépasse sa température de fusion. Cette hypothèse sera testée plus loin dans la partie sur la convection naturelle de l'air (cf.section 3.5). Le réservoir de vidange doit donc stocker toute l'énergie thermique du sel tant que la puissance résiduelle dégagée est supérieure à 15 MW.

Grâce à cette hypothèse, on peut calculer la quantité de sel inerte nécessaire au stockage de l'énergie pendant le laps de temps qui précède l'atteinte d'une puissance résiduelle de 15 MW. Puis à partir de cette quantité de sel inerte, reconstruire la géométrie du réservoir de vidange.

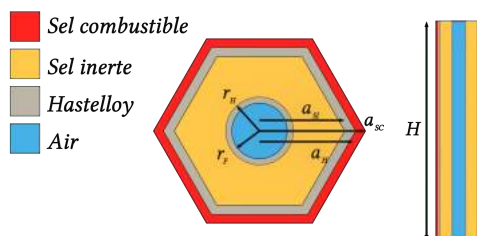


FIGURE 2.1 – Paramétrisation d'un tube de refroidissement

Les paramètres à déterminer sont ceux de la Figure 2.1, la section de passage de l'air est la même que celle choisie par Delphine Gérardin [1] :

$$\left\{ \begin{array}{l} r_F = 12 \text{ cm. Rayon de passage du fluide} \\ r_H = 13 \text{ cm. Rayon de la paroi d'hastelloy} \\ a_{SI} : \text{Côté de l'hexagone formé par le sel inerte} \\ a_H : \text{Côté de l'hexagone formé par l'hastelloy} \\ a_{SC} : \text{Côté de l'hexagone formé par le sel combustible} \\ H = 3 \text{ m. Hauteur des barres de refroidissement} \end{array} \right.$$

2.2 Méthode de calcul

Dans ce design préliminaire, nous ne prendrons pas en compte l'évolution temporelle de la température du réservoir de vidange. Nous supposons que l'énergie thermique est stockée de manière homogène dans tout le

réservoir de vidange. Ce qui se traduit mathématiquement par :

$$\int_{t_0}^{t_m} P(t)dt = \sum_{i \in \text{matériaux}} M_i \int_{T_{0,i}}^{T_{m,i}} C_{p,i}(T)dT \quad (2.1)$$

Avec $T_{0,i}$ et $T_{m,i}$, respectivement la température initiale et finale du matériau i . De même, t_0 et t_m , respectivement l'instant initial ou le sel combustible arrive dans le réservoir et l'instant où la puissance résiduelle du sel combustible arrive à 15 MW. Cette hypothèse est très forte car la conductivité des différents matériaux du réservoir de vidange est très faible, en particulier celle des différents sels. Il sera donc intéressant de vérifier grâce à un code général que la température de l'Hastelloy en contact avec le sel combustible ne dépasse pas sa température de fusion et que la température du sel combustible ne dépasse pas sa température d'ébullition.

2.2.1 Énergie résiduelle

La puissance résiduelle est générée par l'arrêt dans les différents matériaux du réservoir de vidange des particules produites par la décroissance des noyaux radioactifs présents dans le sel combustible. Cette puissance a été établie lors de la thèse de Mariya Brovchenko [4] et elle peut s'exprimer de la manière suivante :

$$P(t) = \frac{q_0}{100} \times \exp \sum_{i=0}^{10} a_i \ln(t)^i \quad (2.2)$$

Les paramètres de cette loi ont été obtenus en se rapprochant le plus possible de la courbe d'évolution de la puissance résiduelle établie numériquement. Ils sont tabulés dans la Table 2.2.1.

0 → 5		6 → 10	
a_0	1.3319	a_6	-0.00060925
a_1	-0.064846	a_7	5.6144×10^{-5}
a_2	0.029412	a_8	-2.9206×10^{-6}
a_3	0.019529	a_9	7.9383×10^{-8}
a_4	-0.012294	a_{10}	-8.692×10^{-10}
a_5	0.003743		

TABLE 2.1 – Coefficients de la puissance résiduelle

Comme précisé, la quantité d'énergie qu'il faudra stocker dans les matériaux du réservoir correspond à l'intégrale de la puissance résiduelle par rapport au temps entre le début de l'arrêt des fissions ($t_0 = 36$ s dans les calculs qui suivent car les fissions s'arrêtent au moment où le sel combustible sort du réacteur et il faut un certain temps avant qu'il arrive dans le réservoir de vidange, cf.section 3.1) et jusqu'à ce que la puissance arrive à 15 MW, ce que l'on peut voir sur la Figure 2.2.

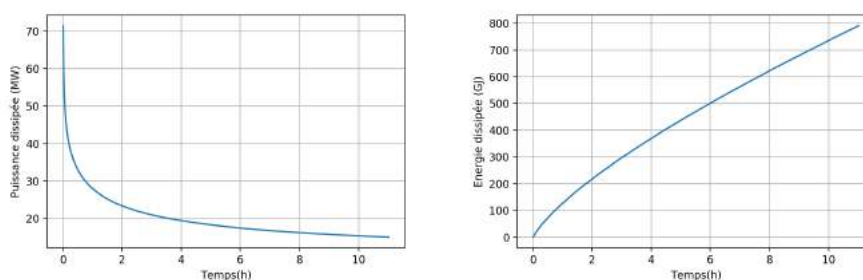


FIGURE 2.2 – Puissance en fonction du temps (gauche). Énergie à stocker en fonction du temps (droite)

L'énergie à stocker qui a été calculée avec les bornes énoncées précédemment est $E_s = 0.79$ TJ et la valeur de puissance 15 MW est atteinte au bout de 0.459 jours.

2.2.2 Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans le réservoir s'opère de deux manières, la hausse de température des différents matériaux (chaleur sensible) et la fusion du sel inerte (chaleur latente). Ce qui peut s'écrire :

$$E_s = \sum_{i \in \text{matériaux}} M_i \int_{T_{0,i}}^{T_{m,i}} C_{p,i}(T) dT + L_{SI} M_{SI} \quad (2.3)$$

Les différents matériaux sont : le sel combustible, l'Hastelloy, le sel inerte liquide et le sel inerte solide. La somme correspond à la hausse de température et le second terme à la fusion du sel inerte avec L_{SI} la chaleur latente du sel inerte qui sera prise $L_{SI} = 1.62 \times 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ [1].

L'hastelloy et le sel inerte étant considérés à température ambiante au début du transitoire de vidange, il reste à déterminer la température maximale qui sera atteinte. Cette dernière est fixée par les conditions de sûreté à respecter [1] :

$$\begin{cases} T_{SC} < T_{\text{ébullition}}^{SC} = 1700^\circ C \\ T_H < T_{\text{fusion}}^H = 1100^\circ C \end{cases}$$

En supposant que tous les matériaux chauffent à la même température, la condition la plus contraignante est celle de non fusion de l'hastelloy. Prenons donc une température maximale de 1200 K pour garder une marge par rapport à la fusion de l'hastelloy. Supposons que le sel combustible arrive à une température aux alentours de $T_m = 1200 \text{ K}$ dans le réservoir de vidange, nous ne prendrons pas en compte sa hausse de température dans les calculs. Ces hypothèses sont prises pour nous placer dans un cas enveloppe, on suppose que le sel combustible arrive à une température proche de la température de fusion de l'Hastelloy et qu'il faut réussir à évacuer sa chaleur.

$$E_s = M_{SI} \times \left(\int_{T_0}^{T_f} C_{p,SI}^s(T) dT + L_{SI} + \int_{T_f}^{T_m} C_{p,SI}^l(T) dT \right) + M_H \int_{T_0}^{T_m} C_{p,H}(T) dT \quad (2.4)$$

Prenons $\frac{dC_{p,H}}{dT}(T) = 0$ car nous n'avons pas d'autres informations sur la capacité calorifique de l'Hastelloy que sa valeur à $500^\circ C$. Ceci permet d'écrire :

$$M_{SI} = \frac{E_s - M_H C_{p,H}(T_m - T_0)}{\int_{T_0}^{T_m} C_{p,SI}(T) dT + L_{SI}} \quad (2.5)$$

Or la masse d'hastelloy dépend de la masse de sel inerte. En effet, l'épaisseur des parois en hastelloy est fixée à 1 cm , mais la taille de l'alvéole dépend du volume de sel inerte à inclure dans le réservoir. Le script permettant de calculer les paramètres du réservoir de vidange fonctionne de manière itérative en changeant la masse d'hastelloy à chaque itération. La convergence de cette méthode est très rapide et il n'est donc pas nécessaire d'exprimer la masse d'hastelloy en fonction de la masse de sel inerte. La masse de sel inerte obtenue est : $M_{SI} = 300 \text{ t}$. Avec une variation finale de masse d'hastelloy entre l'itération finale $M_{H,f}$ et

l'itération précédente $M_{H,f-1}$ de : $\frac{M_{H,f-1} - M_{H,f}}{M_{H,f-1}} = 6.7 \times 10^{-16}$ ce qui est suffisamment faible pour supposer la convergence.

2.3 Calcul de la géométrie

Configuration du réservoir : Le choix du nombre de barres de refroidissement dans le réservoir est le même que celui qui a été étudié dans la thèse de Delphin Gérardin [1]. Nous prenons donc $N_c = 7$ couronnes de tubes de refroidissement ce qui donne un total d'alvéoles de $N = 3N_c(N_c + 1) = 168$ (voir Annexe A). Or, les parois sur l'extrémité du réservoir ne sont pas remplies par du sel combustible. Les hexagones en périphérie sont en contact avec du sel inerte que sur trois ou quatre parois. Il y a $N_0 = 2 \times 6 \times N_c + 2 \times 6 = 96$ (voir Annexe A) parois dans ce cas. Donc le nombre effectif de tubes de refroidissement utilisés dans les calculs est : $N \times \left(1 - \frac{N_0}{6N}\right)$ pour prendre en compte le fait que certaines parties du réservoir ne chaufferont pas uniformément à cause du manque de sel combustible.

Dimensions du sel inerte : Le volume occupé par le sel inerte est donc :

$$V_{SI} = H \times \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \times a_{SI}^2 - \pi r_H^2 \right) \quad (2.6)$$

Avec les mêmes notations que celle utilisées dans la Figure 2.1.

Or, la masse volumique changeant avec la température, il a fallu faire un choix pour déterminer le volume de sel inerte. J'ai pris la valeur de masse volumique qui maximise le volume et qui est donc celle à 940 K (voir Table 1.2) et qui donne un volume de sel inerte de $V_{SI} = 1 \text{ m}^3$ par tube de refroidissement pour avoir 300 t

au total. Or, $a_{SI} = \sqrt{a_H^2 + \frac{4V_{SI}}{6\sqrt{3}H}}$, ce qui donne $a_{SI} = 36 \text{ cm}$.

Dimension de la paroi en hastelloy : La paroi en hastelloy ayant une épaisseur $e_H = 1 \text{ cm}$, le côté de l'hexagone d'hastelloy est donc $a_H = a_{SI} + \frac{2}{\sqrt{3}} \times e_H \implies a_H = 37 \text{ cm}$.

Dimension du sel combustible : Le volume total de sel combustible étant de 18 m^3 il faut donc un hexagone de côté $a_{SC} = 39 \text{ cm}$ pour le stocker dans le réservoir. Ce qui donne une épaisseur de sel combustible de $e_{SC} = 1.72 \text{ cm}$.

2.4 Résultats

Avec les calculs qui ont été fait, les différents paramètres du réservoir ont été obtenus et sont résumés ici :

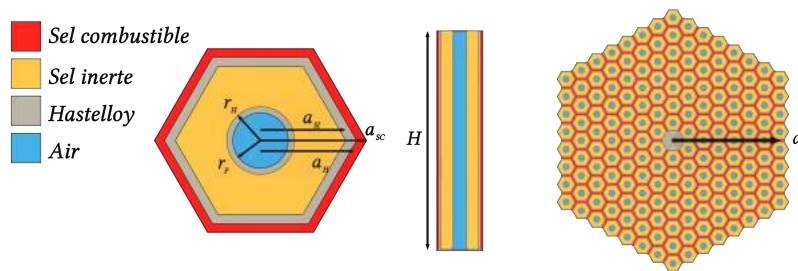


FIGURE 2.3 – Paramétrisation finale d'un tube de refroidissement et du réservoir complet

$$\left\{ \begin{array}{l} r_F = 12 \text{ cm. Rayon de passage du fluide} \\ r_H = 13 \text{ cm. Rayon de la paroi d'hastelloy} \\ a_{SI} = 36 \text{ cm. Côté de l'hexagone formé par le sel inerte} \\ a_H = 37 \text{ cm. Côté de l'hexagone formé par l'hastelloy} \\ a_{SC} = 39 \text{ cm. Côté de l'hexagone formé par le sel combustible} \\ H = 3 \text{ m. Hauteur des barres de refroidissement} \end{array} \right.$$

La taille totale du réservoir de vidange est donc de $a = 11 \times a_{SC} \implies a = 4.28 \text{ m}$.

Partie 3

Modélisation des phénomènes physiques

A partir du dimensionnement du réservoir de vidange obtenue dans la partie précédente, l'ensemble des études qui suivront dans cette partie auront pour objectif de s'intéresser aux différents phénomènes physiques qui interviennent dans la vidange du réacteur. Chaque phénomène sera traité indépendamment des autres et la réunification de ces phénomènes se fera dans la partie suivante. Les différentes sections suivent le déroulement temporel d'un accident. La première section a pour objectif de traiter l'écoulement du sel combustible dans l'EDS, puis une étude a été réalisée sur le dépôt des différentes particules engendrées par la décroissance des noyaux radioactifs dans les matériaux du réservoir de vidange. Pour clore cette partie, nous avons étudié l'évacuation de la chaleur par la convection naturelle de l'air dans les tubes de refroidissement.

3.1 Vidange du réacteur à travers l'EDS

3.1.1 Introduction

Une fois la géométrie du réservoir de vidange définie, l'étude suivante a porté sur la modélisation de la vidange du réacteur à travers l'EDS depuis le cœur. La première partie a consisté à étudier quelles hypothèses peuvent être réalisées et la deuxième s'est intéressée aux calculs de la vidange. Les calculs de vidange viseront à évaluer l'évolution des niveaux libres dans les différents éléments de l'EDS. Dans le réservoir de vidange, il est peu probable que le remplissage du sel combustible se fasse de manière complètement uniforme, mais on a pu faire cette hypothèse après avoir calculé les rapports des différentes forces qui s'appliquent au sel combustible dans le réservoir de vidange. Pour calculer ces niveaux, on a considéré que le fluide est parfait.

3.1.2 Justification des hypothèses

Forces mises en jeu

Le but du réservoir de vidange est de refroidir au mieux le sel combustible de manière passive après vidange et donc arrêt de la réaction en chaîne. Pour ce faire, la quantité de sel combustible par alvéole est faible. Or, le sel combustible est un fluide visqueux. Donc, il faut vérifier que l'écoulement du sel dans le réservoir de vidange peut se faire correctement. Il faut éviter que le sel reste coincé au centre du réservoir de vidange et qu'il ne puisse pas s'écouler. Ceci engendrerait une surchauffe importante au centre du réservoir et la fusion probable de ce dernier avant que le sel ne puisse être refroidi.

On comparé les forces motrices en jeu dans la vidange aux forces résistantes à l'étalement du sel. Pour ce faire, revenons à l'équation du bilan de quantité de mouvement dans un fluide newtonien tel que la masse volumique et la viscosité dynamique soient constantes et que la seule force volumique s'appliquant sur ce fluide soit son poids :

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla}p + \mu \Delta \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (3.1)$$

Dans le cas du remplissage du réservoir de vidange envisagé ici, la force de pression ne joue pas, car la pression entre le collecteur et le réservoir de vidange est la même. La seule force motrice est donc la force de pesanteur. Les deux forces qui s'opposeront à l'avancée du sel dans le réservoir sont : la force de frottement et la tension de surface σ qui n'est pas écrite dans le bilan précédent car c'est une force surfacique et non volumique.

$\rho_{LiF}(kg.m^{-3})$	$(2.3581 - 0.4902.10^{-3} \times T(K)) \times 10^3$
$\rho_{ThF_4}(kg.m^{-3})$	$(7.108 - 7.590.10^{-4} \times T(K)) \times 10^3$
$\sigma_{LiF}(N.m^{-1})$	$(319.5 - 0.0988 \times (T(K) - 273.15)) \times 10^{-3}$
$\sigma_{ThF_4}(N.m^{-1})$	$(416.9 - 0.16 \times (T(K) - 273.15)) \times 10^{-3}$

 TABLE 3.1 – Masse volumique et tension de surface des sels LiF et ThF₄

Comparaison des forces

Les normes des forces volumiques peuvent donc s'écrire :

$$F_f[N.m^{-3}] = |\mu\Delta\vec{v}| \approx |\mu\frac{v}{e^2}|, F_s[N] = |\sigma e|, F_p[N.m^{-3}] = |\rho\vec{g}| \quad (3.2)$$

Avec e l'épaisseur de passage du sel dans le réservoir. Les différents ratio entre ces forces font apparaitre les nombres adimensionnels suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Nombre de Bond : } Bo = \frac{F_p e^3}{F_s} \propto \frac{\rho g e^2}{\sigma} \\ \text{Nombre de Jeffrey : } Je = \frac{F_p}{F_f} \propto \frac{\rho g}{\frac{v}{\mu e^2}} = \frac{g e^2}{\nu v} \text{ avec : } \nu = \frac{\mu}{\rho} \end{array} \right.$$

Tension de surface : Pour établir la valeur de la tension superficielle, nous utiliserons le modèle de Guggenheim [5] de la tension de surface d'une solution idéale de deux composés A et B, basé sur la physique statistique. Le résultat de ce modèle est calculé pour des particules ayant le même nombre de charge, nous l'étendrons aux autres cas. Dans ce modèle, la tension de surface de cette solution peut s'écrire :

$$e \frac{\sigma S}{RT} = x_A e \frac{\sigma_A S_A}{RT} + x_B e \frac{\sigma_B S_B}{RT}$$

Avec σ la tension de surface de la solution, S_i les surfaces molaires et x_i les proportions molaires de chacun des composants i . La surface molaire est la surface projetée créée par une mole de particules placées sur une surface cylindrique. En notant $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ le volume d'une molécule, la surface projetée créée par cette molécule

sphérique peut s'écrire : $s = \pi r^2 = \left(\frac{3\sqrt{\pi}}{4}\right)^{2/3} v^{2/3}$. Donc la surface molaire s'écrit $S = \left(\frac{3\sqrt{\pi}}{4}\right)^{2/3} N_A^{1/3} V^{2/3}$

avec $V = \frac{M}{\rho}$ le volume molaire, N_A le nombre d'Avogadro et M la masse molaire. De plus, la surface molaire de la solution s'écrit $S = x_A S_A + x_B S_B$. Nous pourrions donc calculer la tension de surface du sel LiF - ThF₄ comme celle d'une solution idéale des deux sels LiF et ThF₄. Les tensions de surface et les masses volumiques de ces deux sels sont données dans la Table 3.1 [6]. Les calculs sont fait avec une épaisseur $e = 2$ cm donc plus faible que l'épaisseur qui a été obtenue dans la partie précédente dans le cas ou la suite du design demande de réduire cette épaisseur.

Nombre de Bond : La gamme de température possible pour le sel combustible lors de la vidange va de sa température de fusion 858 K à la température de vidange qui n'est pas encore fixée, mais choisie par hypothèse aux alentours de 1200 K. Dans ces gammes de température, le nombre de Bond varie de 58 à 65 pour une largeur de passage de 2 cm. On peut donc dire que $Bo \gg 1$ et donc que la force engendrée par la tension superficielle est négligeable devant le poids du sel combustible.

Nombre de Jeffrey : Le nombre de Jeffrey dépend inversement proportionnellement de la vitesse, il a donc été calculé avec la vitesse maximale dans le réservoir de vidange pour minimiser le nombre de Jeffrey. Mais dans tous les cas, le nombre de Jeffrey est compris entre 10^4 et 10^5 en fonction de la température. On peut donc affirmer que les forces de frottement visqueux sont négligeables devant le poids du sel. Des exemples d'évolution de nombre de Bond et de Jeffrey sont affichés Figure 3.1.

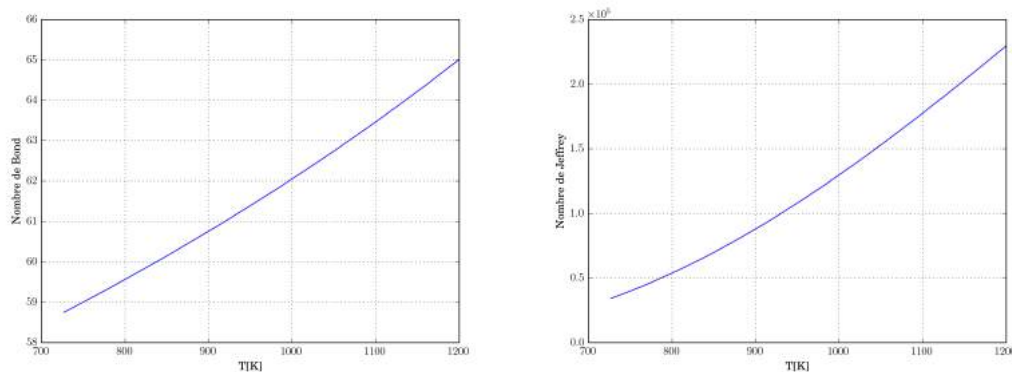


FIGURE 3.1 – Nombre de Bond (à gauche) et de Jeffrey (à droite) pour $r_{\text{conduite}} = 15$ cm et $\theta_{\text{collecteur}} = 0.0349$ rad, voir plus loin leur définition

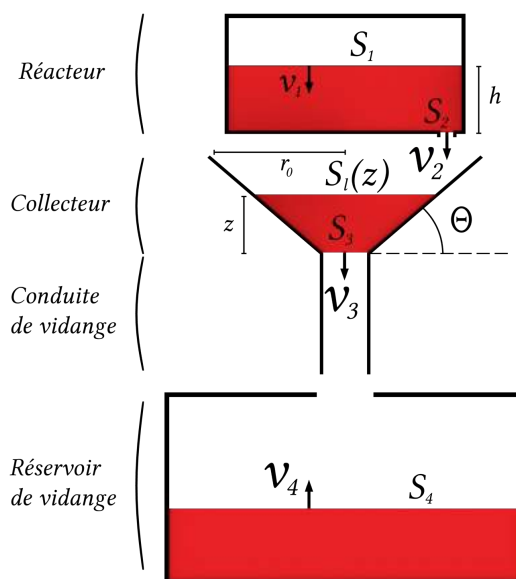


FIGURE 3.2 – Schéma du système complet

3.1.3 Vidange du réacteur vers l'EDS

Vidange du réacteur

Le but de cette partie est de calculer l'évolution temporelle de la hauteur de sel combustible dans le réservoir de vidange. La vidange du réacteur se fait de manière passive grâce à l'action de la gravité. Les différentes variables utilisées sont illustrées dans la figure 3.2. Les grandeurs utilisées sont :

- v : Vitesse
- S : Surface de passage du fluide
- p : Pression statique
- z : Hauteur

Chaque grandeur est indicée pour représenter une position précise de l'EDS :

- 1 : Niveau libre du réacteur
- 2 : Vanne de vidange du réacteur
- l : Niveau libre du collecteur
- 3 : Entrée de la conduite de vidange
- 4 : Niveau libre du réservoir de vidange

Le sel combustible passant du réacteur au collecteur puis au réservoir de vidange, pour obtenir la hauteur de sel combustible dans le réservoir, il faut calculer la hauteur de sel combustible dans le collecteur quand celui-ci

se remplit. Pour ceci, nous allons supposer que le sel combustible est un fluide parfait (ce qui sera étudié dans la partie suivante) et qu'il n'y a pas de perte de charge entre le sommet du réacteur et le collecteur. On peut donc écrire l'équation traduisant la conservation de la pression totale et du débit entre le niveau libre du réacteur (grandeurs avec 1 en indice) et la vanne de vidange (grandeurs avec 2 en indice) :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2 + p_2 \\ v_1 S_1 = v_2 S_2 \end{cases} \quad (3.3)$$

Supposons que lors de l'accident le réacteur se soit pressurisé par rapport à l'EDS, pour que le cœur puisse se vidanger totalement, il faut à chaque instant $p_1 \geq p_2$. De plus, pour simplifier les expressions qui vont suivre, prenons :

$$\begin{cases} \Delta p = p_1 - p_2 \\ h = z_1(t) - z_2 \\ v_1 = -\frac{dz_1}{dt} \\ \alpha = \frac{S_1}{S_2} > 1 \end{cases}$$

Ce qui permet de réécrire :

$$v_1^2 = \left(\frac{dh}{dt}\right)^2 = 2\frac{\Delta p + \rho g h}{\rho(\alpha^2 - 1)} \quad (3.4)$$

Avant d'exprimer l'équation différentielle qui modélise l'évolution temporelle de la vitesse v_1 , on peut calculer le temps de vidange du réservoir en intégrant l'équation 3.4 pour $t \in [0, t_{\max}]$ et $h \in [h, 0]$ et en supposant que Δp ne dépend pas du temps :

$$t_{\max} = \frac{\sqrt{\alpha^2 - 1}}{g} \left(\sqrt{2\frac{\Delta p}{\rho} + 2gh} - \sqrt{2\frac{\Delta p}{\rho}} \right) \quad (3.5)$$

Dérivons maintenant l'équation 3.4 par rapport au temps en supposant que la variation de pression ne dépend toujours pas du temps. On obtient :

$$2v_1 \frac{dv_1}{dt} = 2\frac{g}{\alpha^2 - 1} \frac{dh}{dt}$$

Or, la variation de hauteur est reliée à la vitesse v_1 par : $v_1 = -\frac{dh}{dt}$ telle que la vitesse de vidange soit positive. Donc, la variation de vitesse v_1 s'écrit :

$$\frac{dv_1}{dt} = -\frac{g}{\alpha^2 - 1}$$

En intégrant cette expression, on trouve une variation de vitesse affine temporellement :

$$v_1(t) = v_1(0) - \frac{gt}{\alpha^2 - 1}$$

On utilise l'équation 3.4 pour trouver $v_1(0)$. En effet, le temps 0 est celui juste après l'ouverture de la vanne donc au moment où tout le sel est encore dans le réservoir. La vitesse v_1 s'écrit donc :

$$v_1(t) = \sqrt{2 \times \frac{\Delta p + \rho g h(0)}{\rho(\alpha^2 - 1)}} - \frac{gt}{\alpha^2 - 1} \quad (3.6)$$

Cette expression permet de calculer le débit de sel combustible entrant dans le collecteur $\forall t \in [0, T_{\max}]$. Au delà de cet intervalle, le réacteur est vide. De plus, l'évolution de la vitesse v_2 s'écrit :

$$v_2(t) = \frac{S_1}{S_2} v_1(t) \quad (3.7)$$

Remplissage du collecteur

Si le rayon du collecteur est suffisamment petit, un niveau libre lié à l'accumulation du sel va apparaître, car le débit de sel combustible entrant sera plus élevé que celui sortant. Supposons qu'il y ait déjà une hauteur de sel combustible dans le collecteur. La variation de cette hauteur de sel est due à deux phénomènes, la vidange dans la conduite et l'arrivée du sel combustible sortant du réacteur. Le premier phénomène peut être vu comme la vidange du réacteur : une vidange uniquement sous l'action de la gravité. Ici la différence de pression statique entre le niveau libre dans le collecteur et l'entrée dans la conduite de vidange est nulle. En reprenant l'équation exprimant la conservation de pression totale et la masse entre ces deux points, on écrit la vitesse du niveau libre. La quantité de sel qui s'ajoute dans le collecteur par unité de temps est calculée à partir du débit de sel sortant du réacteur, ce qui permet d'écrire l'évolution de la hauteur de sel combustible dans le réservoir z_l . Notons

$$\begin{cases} \beta(z) = \frac{S_l(z)}{S_3} \\ S_l(z) = \pi \left(r_3 + \frac{z}{\tan(\theta)} \right)^2 \end{cases}$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\frac{dz_l}{dt} = \frac{S_2}{S_l(z_l)} v_2(t) - \sqrt{\frac{2gz_l}{\beta(z_l)^2 - 1}} \quad (3.8)$$

Pour calculer la surface du niveau libre dans le collecteur, notons r_3 le rayon de la conduite de vidange, r_0 le rayon du haut du collecteur et r le rayon du disque du niveau libre :

$$\tan(\theta) = \frac{z}{r - r_3} \Rightarrow r = r_3 + \frac{z}{\tan(\theta)}$$

Ce modèle ne rend donc pas compte de comment est formée le volume de sel combustible dans le collecteur ni de sa forme, mais de comment évolue son volume une fois formé.

Remplissage du réservoir

Pour calculer le débit de fluide entrant dans le réservoir, il faut séparer deux cas : s'il y a du sel dans le collecteur et s'il n'y en a pas. Le cas le plus simple est le cas où il n'y a pas de sel qui s'accumule dans le collecteur. En effet, on peut considérer dans ce cas que le débit volumique de sel sortant du réacteur est égal au débit de sel entrant dans le réservoir. Donc $S_4 v_4 = S_2 v_2$.

Dans le cas du niveau libre dans le collecteur, en connaissant la hauteur de sel dans le collecteur, on peut en déduire la vitesse de sortie du collecteur et donc le débit volumique. En conservant le débit volumique de sel entre le niveau libre du collecteur et l'entrée de la conduite de vidange, on peut exprimer la vitesse de sortie du sel. En effet :

$$v_3 = \beta(z) \sqrt{\frac{2gz}{\beta(z)^2 - 1}}$$

Donc la conservation de débit volumique s'écrit : $S_4 v_4 = S_3 v_3$.

Résultats

Les hauteurs de sel dans le collecteur et le réservoir au cours du temps sont représentés sur la Figure 3.3 pour deux valeurs de différences de pression statique entre le réacteur et le collecteur. On observe que les temps de vidange du réacteur sont différents dans les deux cas, il est de 159.3 s dans le cas de ΔP non nul et de 204.5 s dans l'autre cas. Le réacteur se vidange plus rapidement avec l'augmentation de pression. Mais plus on le vidange vite, plus on augmente la hauteur de sel combustible dans le collecteur.

Perspective

La forme de la fin de la courbe de remplissage du réservoir pour $\frac{\Delta P}{\rho} = 0$ de la Figure 3.3 vient probablement du fait que la géométrie du réacteur n'a pas été respectée. En effet, à la fin du transitoire, le réservoir se remplit très lentement, car le fait de ne pas avoir pris en compte la véritable géométrie du cœur empêche de prendre correctement en compte la véritable vitesse de vidange. La prise en compte de la véritable géométrie du cœur est en cours de développement.

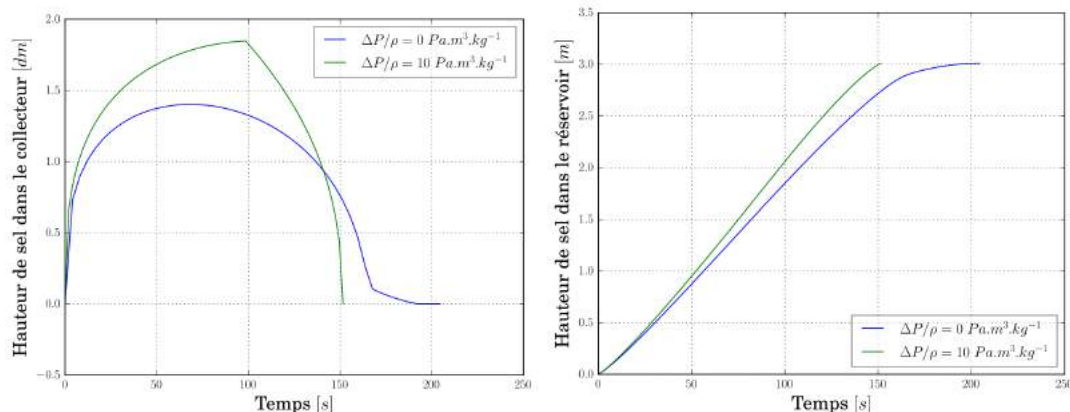


FIGURE 3.3 – Hauteur en fonction du temps pour un rayon de conduite de 15 cm et un angle $\theta = 0.0349$ rad. Collecteur à gauche et réservoir à droite

3.2 Etude du dépôt d'énergie résiduelle dans les différents matériaux

3.2.1 Introduction

Après avoir étudié la vidange du sel combustible du réacteur jusqu'au réservoir de vidange, les différents phénomènes physiques qui entrent en jeu dans l'évolution thermique du réservoir de vidange seront étudiés. Le premier de ces phénomènes est le dépôt de puissance résiduelle dans le sel combustible, le sel inerte et les structures. Cette étude se décomposera en deux parties, la section 3.2 et la section 3.3. L'objectif de cette partie est d'étudier où se déposent les différentes particules en fonction de leur énergie et la suivante (section 3.3) appliquera ces résultats au spectre énergétique du combustible. Dans les calculs d'évolution de la température dans l'EDS qui ont été réalisés par Delphine Gérardin [1], l'une des hypothèses était que la puissance résiduelle ne se trouvait que dans le sel combustible. Il a donc été supposé que les particules engendrées par la désintégration et la décroissance des noyaux radioactifs s'arrêtaient toutes dans le sel combustible.

Ces sections proposent d'étudier les limites de cette hypothèse. Cette hypothèse est très bonne pour les particules s'arrêtant à très courte distance de leur position d'émission. Par exemple certains noyaux lourds décroissent par décroissance alpha qui est l'émission d'une particule lourde et chargée qui s'arrête très vite dans la matière. Mais pour les produits de fissions, la plupart des décroissances se font par décroissance β^- comme par exemple tous les noyaux de la Table 3.2 qui ont été étudiés par Mariya Brovchenko [4]. Ces noyaux contribuant à la puissance résiduelle sont ceux d'un sel 100 s après l'arrêt de la réaction en chaîne et qui a passé 100 ans dans un réacteur démarré à l' ^{233}U .

Isotope	A	Z	%PR	Isotope	A	Z	%PR
La	142	57	5.8	Sr	91	38	2.4
Y	94	39	4.8	Zr	97	40	2.4
La	140	57	4.7	I	134	53	2.2
Sr	93	38	4.6	Ba	142	56	2.2
Y	95	39	4.1	Rb	90m	37	2.2
Y	92	39	3.3	Cs	139	55	2.2
Ba	141	56	3	La	143	57	2.2
Sr	92	38	2.9	Cs	138	55	1.9
Y	93	39	2.6	La	141	57	1.8
I	135	53	2.5	Rb	91	37	1.8

TABLE 3.2 – Contribution à la puissance résiduelle des contributeurs essentiels.

La décroissance β^- entraînant l'émission d'un électron, ce dernier est arrêté très rapidement dans la matière dans laquelle il est émis, donc dans notre cas, le sel combustible. C'est en effet ce qu'on peut voir dans la figure 3.4. Un électron de 6.584 MeV s'arrête dans le sel combustible après avoir parcouru en moyenne moins de $1 \mu\text{m}$ (ce calcul sera détaillé en 3.2.2). Mais les noyaux engendrés par ces décroissances sont instables et se désintègrent par désexcitation γ . Les photons étant des particules qui interagissent moins avec la matière (du

fait de leur absence de charge) que les électrons, leur distance avant absorption totale est beaucoup plus élevée et ils pourront donc être absorbés directement dans le sel inerte ou l'Hastelloy des parois (cf.section 3.2.3).

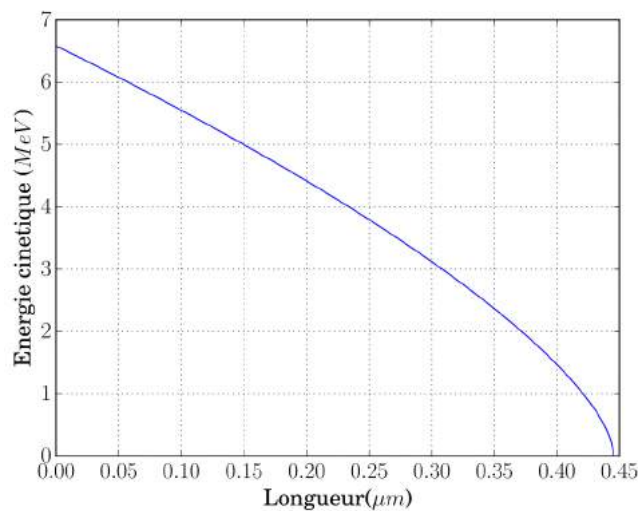


FIGURE 3.4 – Arrêt d'un électron de 6.584 MeV dans le combustible

L'objectif de cette étude est donc d'évaluer la proportion de la puissance résiduelle qui sera déposée directement dans les autres matériaux que le sel combustible par les rayonnements gamma. Pour réaliser cette étude, le code neutronique Serpent 2 [7] a été utilisé pour calculer le dépôt d'énergie dans les matériaux par des gammas émis de manière stochastique dans le sel combustible pour plusieurs valeurs d'énergie.

3.2.2 Électrons

Comme il a été vu dans l'introduction, la plupart des produits de fissions décroissent par désintégration β^- . L'objectif ici est donc de vérifier que les électrons générés par la décroissance de ces produits de fissions s'arrêtent bien dans le sel combustible et non dans les autres matériaux du réservoir.

Perte d'énergie des électrons

Les électrons interagissent principalement par interaction coulombienne avec les autres électrons de la matière. Ces interactions peuvent être modélisées par des chocs entre les électrons et le milieu environnant ce qui donne des trajectoires en ligne brisée dans la matière. Mais la théorie de Bethe [8] permet de moyenniser ces histoires et de construire une perte d'énergie par unité de distance des électrons dans la matière. En notant $\sigma(T, W)$ la section efficace d'interaction d'un électron d'énergie cinétique T perdant l'énergie W , on peut écrire la perte d'énergie comme :

$$-\frac{1}{\rho} \times \frac{dE}{dx} = NZ \int_0^{W_m} W d\sigma \quad (3.9)$$

Avec Z le nombre de charge du milieu et N le nombre d'atomes par gramme dans le milieu : $N = \frac{N_A}{M} = \frac{1}{Au}$ avec N_A le nombre d'Avogadro, M la masse molaire du milieu, A le nombre de masse du milieu et $u = 1.66 \cdot 10^{-24}$ g l'unité de masse atomique.

La théorie de Bethe permet de calculer cette intégrale jusqu'à une valeur critique de transfert d'énergie W_c qui permet de prendre en compte les transferts d'énergie pour des échelles inférieures à celle du niveau atomique.

$$NZ \int_0^{W_c} W d\sigma = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{u} \frac{1}{\beta^2} \times \frac{Z}{A} \left(\ln \frac{2m_e c^2 \beta^2 W_c}{(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right) \quad (3.10)$$

Avec r_e le rayon classique de l'électron, m_e la masse de l'électron, β la vitesse réduite de l'électron et c la célérité de la lumière dans le vide. L'intégrale au-dessus de cette valeur critique est calculable avec la section

efficace de Moller voir [8] :

$$d\sigma = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2 dW}{\beta^2 W^2} \times \left(1 + \frac{W^2}{(T-W)^2} + \frac{\tau^2}{(\tau+1)^2} \left(\frac{W}{T} \right)^2 - \frac{2\tau+1}{(\tau+1)^2} \frac{W}{T-W} \right) \quad (3.11)$$

Avec γ le facteur de Lorentz et $\tau = \gamma - 1$. Ceci permet de trouver une valeur approchée du pouvoir d'arrêt :

$$-\frac{1}{\rho} \times \frac{dE}{dx} = \frac{2\pi r_e^2 m_e c^2}{u} \frac{1}{\beta^2 A} \times \left(\left(\ln \left(\frac{T}{I} \right) \right)^2 + \ln \left(1 + \frac{\tau}{2} \right) + (1 - \beta^2) \times \left\{ 1 + \frac{\tau^2}{8} - (2\tau + 1) \ln 2 \right\} \right) \quad (3.12)$$

Résultats des calculs

A partir de cette expression du pouvoir d'arrêt, il est possible de calculer l'évolution de l'énergie des électrons dans un milieu. En prenant un milieu de taille L et en le discrétisant N fois, on peut calculer en connaissant l'énergie des électrons à l'entrée du milieu la position à laquelle ils s'arrêteront. C'est ce qui est représenté sur la Figure 3.4.

Dans les calculs qui ont été faits, le sel inerte a pour masse volumique : $\rho = 1.99530 \text{ g.cm}^{-3}$. Mais le sel combustible n'est pas un liquide monoatomique donc il faut prendre en compte le pouvoir d'arrêt de chaque noyau pour construire le pouvoir d'arrêt total :

$$\frac{1}{\rho_{tot}} \frac{dE_{tot}}{dx} = \sum_{i \in \text{Elements}} \frac{1}{\rho_i} \frac{dE_i}{dx} \quad (3.13)$$

En notant x_i la fraction atomique de chacun des noyaux dans le sel combustible, on écrit : $\rho_i = x_i \times \rho_{tot}$. Les fractions atomique de chacun des noyaux sont représentées dans la Table 3.3

Charge du noyau (Z)	Fraction atomique
3	1.84760×10^{-1}
9	5.58518×10^{-1}
11	4.56933×10^{-2}
19	1.66880×10^{-1}
92	2.87405×10^{-2}
93	1.57528×10^{-4}
94	1.52502×10^{-2}

TABLE 3.3 – Fraction atomique des différents noyaux du sel combustible

Ce très grand pouvoir d'arrêt vient de la présence de noyaux lourds tels que les actinides dans le sel combustible. A titre de comparaison, la Figure 3.5 présente l'arrêt des électrons dans le sel inerte ayant la même composition que le sel combustible, mais sans la présence des noyaux lourds. Il y a trois ordres de grandeur entre les distances d'arrêts dans les deux matériaux.

L'énergie choisie pour ce calcul est celle de l'électron le plus énergétique engendré par les produits de fissions $E = 6.584 \text{ MeV}$ et on observe que cet électron s'arrête au bout de moins de $1 \mu\text{m}$. Ceci permet de conclure que l'épaisseur du sel combustible est très grande devant la distance d'arrêt des électrons.

Ces résultats permettent de vérifier l'approximation énoncée dans l'introduction, on suppose que les électrons s'arrêtent dans le sel combustible et donc que le dépôt d'énergie lié à ces particules ne se fait que dans le sel combustible.

3.2.3 Photons

Contrairement aux électrons, les photons ne sont pas des particules chargées donc sont beaucoup plus mobiles dans la matière et peuvent parcourir de plus grandes distances avant de s'arrêter dans un matériau. L'objectif principal de cette étude est de générer aléatoirement des photons dans le sel combustible et de les transporter dans les différents matériaux jusqu'à leur absorption ou leur sortie de la géométrie puis de mesurer la quantité d'énergie déposée dans chaque milieu. Ces calculs ont été réalisés avec le code Serpent 2-1-29.

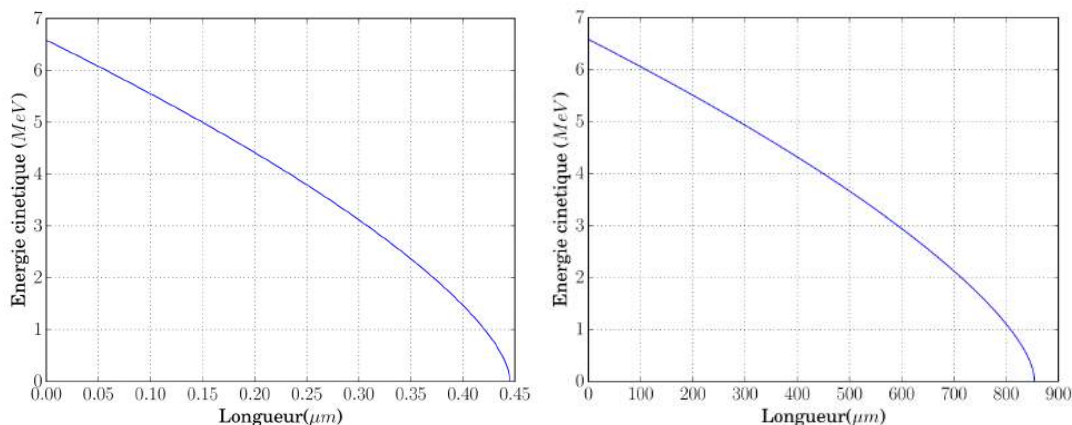


FIGURE 3.5 – Arrêt d’un électron de 6.584 MeV dans le sel combustible (gauche) et dans le sel inerte (droite)

Interaction des photons avec la matière

Dans la matière, les photons ont trois types d’interactions majoritaires, nous ne parlerons ici que des interactions qui font perdre de l’énergie aux photons et qui sont probables dans les gammes d’énergies qui nous intéressent.

Effet photoélectrique Cet effet est celui se produisant à plus faible énergie parmi les trois nous intéressant. Cet effet est observé de la manière suivante : si on irradie un échantillon de métal avec une source dont l’énergie des photons est proche de l’énergie de liaison des électrons aux noyaux, on peut mesurer un courant aux bornes de cet échantillon. Une première interprétation serait de penser que le photon interagit avec un électron et qu’il l’éjecte de l’atome.

Supposons que l’électron est au repos, on peut écrire l’équation de conservation du tenseur énergie impulsion de ce système :

$$\begin{cases} h\nu = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} \\ \frac{h}{2\pi} k = p \end{cases}$$

Avec h la constante de Planck, ν la vitesse du photon, E_0 l’énergie au repos, p l’impulsion, c la célérité de la lumière et k le vecteur d’onde. Or $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} \implies p = \frac{h\nu}{c}$. En injectant dans la première équation, on obtient $E_0 = 0$ ce qui est impossible car l’énergie au repos d’un électron est de 511 keV.

L’effet photoélectrique est donc l’effet d’un photon interagissant avec un atome entier. Après interaction le noyau cible est dans un état excité dû au trou laissé dans la couche électronique. Les deux désexcitations possible sont l’émission d’un nouveau photon, qui va à son tour déposer son énergie, lors de la transition de couche électronique d’un des électrons, ou par effet Auger, un second électron du cortège électronique peut être éjecté.

Effet Compton L’effet Compton correspond à l’interaction d’un photon avec un électron du cortège électronique d’un noyau. Après interaction le photon est diffusé avec un angle différent à une énergie différente du photon incident. De plus l’électron est éjecté du cortège atomique. Cet effet est dominant pour les énergies aux alentours du MeV.

Dans ce cas l’énergie donnée à l’électron sera absorbée dans le matériau assez proche de l’impact du photon car l’énergie cédée à l’électron est de l’ordre de quelques centaines de keV et nous avons vu qu’à ces énergies, les électrons parcourent moins d’1 μm dans le sel combustible. Quant au photon, il pourra aller déposer son énergie bien plus loin dans le réservoir de vidange.

Création de paires L’effet dominant pour les énergies les plus hautes qui nous intéressent est la création de paire. Pour cet effet le photon interagit avec un atome, il est totalement absorbé et une paire électron positron est créée. Cette réaction est donc une réaction à seuil, car pour que l’énergie soit conservée, il faut que l’énergie du photon incident soit supérieure à 1.022 MeV.

Dans le cas de cette interaction, le positron est absorbé très rapidement dans la matière, car il interagit avec les autres électrons. L'électron créé interagira plus ou moins loin de son point de création en fonction de l'énergie du photon incident.

Géométrie fournie au code Serpent

La géométrie utilisée dans ces calculs est celle du réservoir de vidange qui a déjà été définie en partie 2. Ce réservoir est composé de 7 couronnes de tubes de refroidissement comme le montre la Figure 3.6 obtenue à partir des visualisations réalisés avec Serpent.

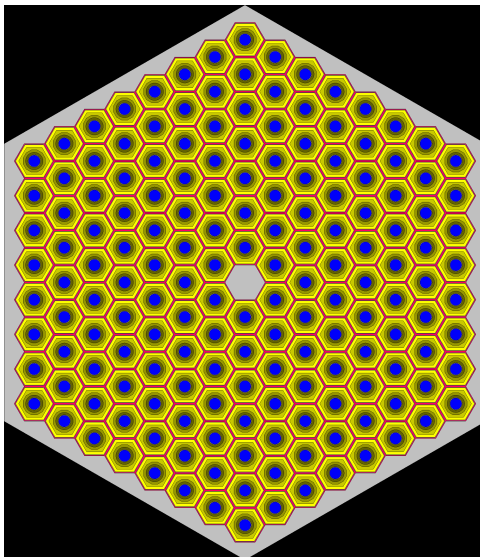


FIGURE 3.6 – Géométrie du réservoir de vidange dans Serpent

Comme on peut l'observer sur la Figure 3.6, il y a plusieurs teintes de sel inerte qui représentent différentes zones créées dans chaque tube de sel inerte pour étudier le dépôt d'énergie des photons dans le sel inerte en fonction de la distance à la paroi en Hastelloy et pas uniquement en moyennant sur l'ensemble du sel inerte. Le sel inerte étant composé en grande partie de Fluor et d'autres noyaux légers, on s'attend à ce que l'atténuation entre les différentes zones du sel inerte ne soit pas trop grande mais c'est ce qu'il faudra vérifier.

Les détecteurs de Serpent utilisés ici sont placés sur les matériaux. En conséquence, l'information extraite sera une information moyennée sur l'ensemble du réservoir de vidange et non pas sur chacune des couronnes même si les premières couronnes de tube de refroidissement recevront une plus grande énergie par rapport aux couronnes extérieures. Mais nous verrons dans les résultats que les rayonnements gamma s'arrêtent en majorité dans le sel inerte grâce à son épaisseur très grande devant celle des autres matériaux. Donc l'énergie des rayonnements se dépose très peu dans la paroi cylindrique d'hastelloy. On peut donc supposer que les rayons gammas restent dans le tube où ils sont créés. Mises à part les couronnes en périphérie, on peut supposer que les autres couronnes reçoivent à peu près la même quantité d'énergie par rayonnement gamma.

Résultats

Les simulations Serpent permettent d'obtenir, pour une source volumique équiprobable mono-énergétique de photons dans le sel combustible, la fraction moyenne d'énergie qui a été absorbée par photon émis dans chacun des matériaux. Les différents points (fraction moyenne d'énergie absorbée par photon émis) construits de cette manière sont ensuite reliés ensemble. La méthode qui a été utilisée ici est de trouver un polynôme de degré trois entre chaque point consécutif dans l'énergie des photons envoyés dans le sel combustible. Les quatre coefficients sont déterminés par la valeur que doit prendre la fonction polynomiale et les dérivées aux deux points limites. Cette méthode permet d'obtenir les courbes de la Figure 3.7 pour les différents matériaux. Chaque courbe représente la quantité d'énergie absorbée par chacun des matériaux pour un photon. L'hastelloy hexagonal correspond à la paroi entre les sels et l'hexagone cylindrique correspond à celle entre le sel inerte et l'air.

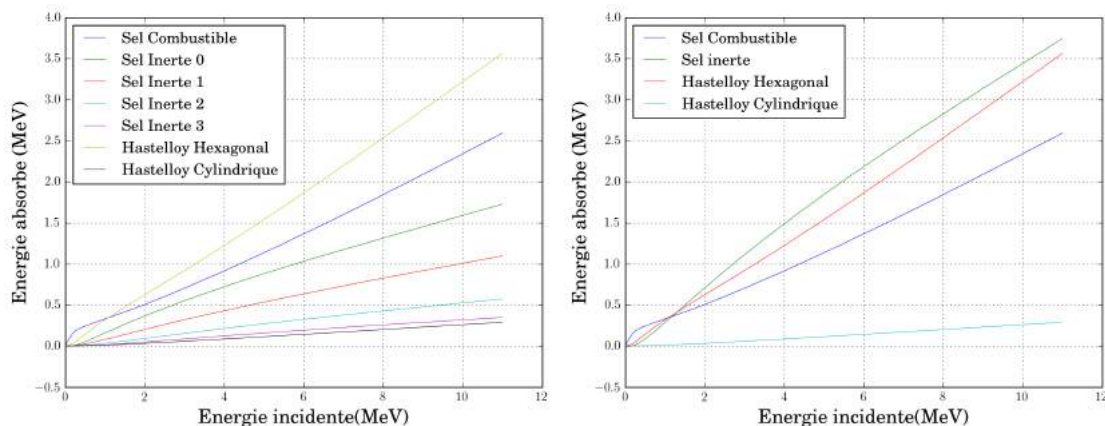


FIGURE 3.7 – Absorption de l'énergie d'un photon dans chacun des matériaux (gauche), focus sur le sel inerte (droite) avec l'indice du sel inerte qui augmente avec la distance au sel combustible

Cela permet d'obtenir en normalisant cette énergie par l'énergie du photon émis dans le sel combustible les taux d'énergie absorbée par les différents matériaux que l'on peut voir sur la Figure 3.8.

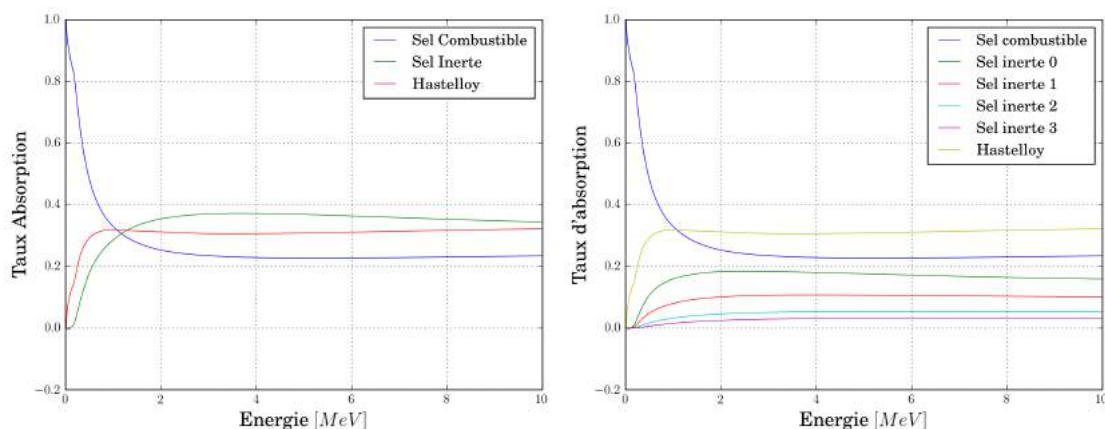


FIGURE 3.8 – Taux d'absorption de l'énergie dans chacun des matériaux (gauche) et avec les différentes coupes de sel inerte (droite) avec l'indice du sel inerte qui augmente avec la distance au sel combustible

Pour les taux d'absorption, la limite d'une absorption totale dans le sel combustible quand l'énergie tend vers 0 a été choisie. Tous les calculs Monte-Carlo ont été faits avec un nombre de particules initial permettant d'avoir une erreur statistique relative de l'ordre de 10^{-3} . L'objectif est de pouvoir appliquer ces données au réservoir de vidange et donc à un spectre gamma couvrant toutes les énergies de quelques keV à 10 MeV. On verra que les erreurs engendrées par la création de ce spectre sont beaucoup plus importantes que celles manipulées ici avec Serpent. C'est pourquoi les marges d'erreur relatives ne sont pas affichées dans les graphiques ci-dessus.

3.2.4 Conclusion

Les courbes obtenues grâce aux calculs précédents permettent de voir que, pour des énergies inférieures à 1 MeV, la majorité de l'énergie des photons est déposée dans le sel combustible, mais que la tendance s'inverse pour une énergie plus grande au profit de l'hastelloy. Ceci est dû à sa grande masse volumique et la présence de noyaux à Z élevés qui permettent de fortement atténuer le flux de photons. C'est aussi pour cette raison que l'épaisseur des parois en hastelloy choisies dans le design du réservoir est assez faible, ce qui permet aux photons d'aller se déposer dans le sel inerte.

L'hastelloy est un bon conducteur de chaleur il permettra de bien conduire la chaleur vers le sel inerte. Il serait d'ailleurs envisageable d'avoir des ailettes en hastelloy à l'intérieur du sel inerte. En effet, grâce à sa bonne conductivité thermique, cela permettrait à l'énergie déposée de mieux être transmise dans le sel inerte.

Il est nécessaire de transmettre cette énergie résiduelle le mieux possible au sel inerte pour éviter de franchir les températures limites de la paroi en hastelloy située entre les deux sels.

De plus, on observe grâce aux différentes courbes que l'atténuation du flux photonique est non négligeable au travers du sel inerte. Il était donc nécessaire de créer ces différentes zones pour se rendre compte de cette atténuation.

3.3 Application au spectre gamma du sel combustible

3.3.1 Introduction

Après avoir étudié dans la partie précédente le dépôt d'énergie d'un photon dans chacun des matériaux en fonctions de l'énergie d'émission, nous allons nous concentrer ici sur le dépôt d'énergie de l'ensemble des photons émis par le sel combustible pour pouvoir estimer la quantité de puissance résiduelle qui est déposée dans les différents matériaux.

3.3.2 Énergie des rayonnements gamma

Pour obtenir les spectres de rayonnement gamma de la composition du spectre combustible, nous avons utilisé le module ECI (Evolution de Composition Isotopique) qui a été développé au LPSC durant la thèse de Mariya Brovchenko [4]. Ce module permet, à partir d'une composition atomique, de créer les arbres de décroissances de chacun des noyaux et de faire évoluer cette composition à partir de ces décroissances. Ce qui a été appliqué au sel combustible.

Fonctionnement du module ECI

Pour construire les spectres de décroissance gamma du sel combustible, le module ECI a besoin de sa composition et d'une base de données de décroissance. La base de données utilisée dans nos calculs est la base des décroissances de JEFF3.1.1. Dans cette base de données, pour chaque noyau, on trouve les différentes décroissances possibles avec le ratio d'embranchements pour chaque noyau ce qui permet de faire évoluer la composition et donc de déterminer les raies gammas qui seront émises avec le ratio d'émission afin de construire le spectre.

Prenons pour exemple le $^{12}_5\text{B}$ qui a un temps de demi vie $T_{1/2} = 2.02000 \times 10^{-2}$ s. Ses deux décroissances possibles sont :

$$\begin{cases} \beta^- (98.42\%) : ^{12}_5\text{B} \rightarrow ^{11}_4\text{Be} + e^- + p \\ \beta^- + \alpha (1.58\%) : ^{12}_5\text{B} \rightarrow ^7_2\text{He} + e^- + p + \alpha \end{cases}$$

Et dans les deux cas, un rayonnement gamma d'énergie 56.8179 keV est émis.

Mais, avec ce noyau, on remarque que l'énergie totale électromagnétique émise est plus grande que l'énergie de cette seule raie gamma. L'énergie totale émise par rayonnement électromagnétique est de 90.5645 keV. Elle provient, pour ce noyau, des rayonnements Bremsstrahlung internes : lors de la décroissance β^- , l'électron émis interagit électromagnétiquement avec le noyau et émet un rayonnement avant d'être éjecté de l'atome. Pour d'autres noyaux, cette énergie manquante peut provenir d'autres phénomènes tels que des rayonnements X.

Pour prendre en compte ce rayonnement, il a été choisi d'ajouter artificiellement une raie gamma au spectre gamma correspondant à la différence entre la moyenne d'énergie électromagnétique et la moyenne d'énergie gamma pondérée par les ratios d'embranchement d'apparitions de chaque gamma.

Rayonnements dans la puissance résiduelle

La première chose à étudier est la quantité de puissance résiduelle qui est sous forme de rayons gamma pour avoir une idée de la puissance qu'il sera possible de déposer dans le sel inerte. C'est ce qui est obtenu sur la Figure 3.9.

On observe qu'au début du transitoire, la puissance résiduelle est déposée approximativement à moitié par des rayonnements gamma et à moitié par des rayonnement beta. Il y a donc une grande partie de la puissance résiduelle qui pourrait ne pas être déposée dans le sel combustible. De plus, à la fin du transitoire, la puissance résiduelle est déposée par décroissances alpha qui n'est pas affichée sur cette courbe. On observe

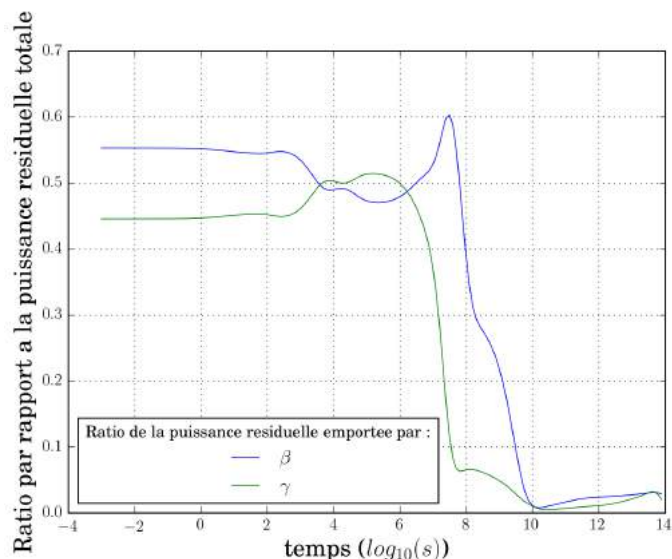
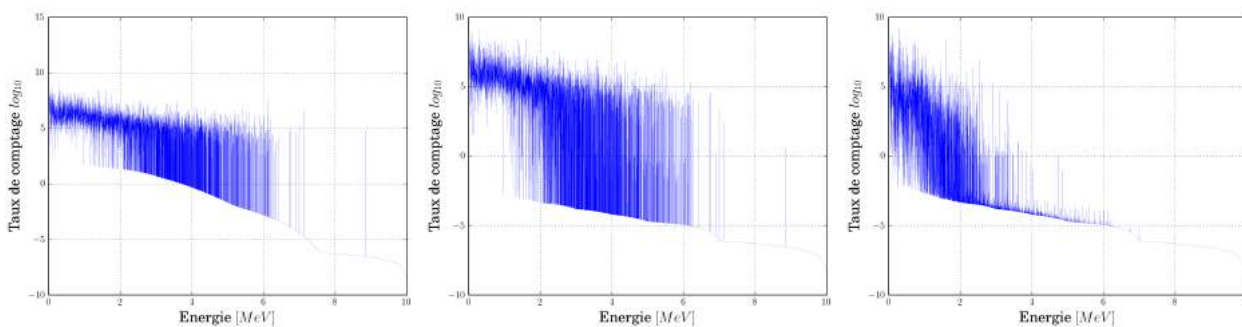


FIGURE 3.9 – Ratio de la puissance résiduelle sous forme de rayons gamma et beta

FIGURE 3.10 – Taux de comptage en fonction de l'énergie de chaque gamma pour 1 s, 100 s et 10^9 s

que cela commence à devenir importante aux alentours de 10^7 s après le début du transitoire. Or les particules α étant chargées et lourdes, elles déposeront toute leur énergie dans le sel combustible. Donc au bout d'un certain temps le sel combustible sera le seul à chauffer. Cela pourrait permettre de faire fondre à nouveau le sel combustible s'il s'est solidifié en stoppant le refroidissement afin de pouvoir le remettre en cœur (sous forme liquide).

Spectres gamma

Pour le début du transitoire, il faut déterminer où se dépose la moitié de la puissance résiduelle emportée par les photons. Le module ECI permet d'obtenir les spectres gamma du sel combustible qui sont représentés sur la Figure 3.10 pour plusieurs temps après l'arrêt des fissions.

On observe sur ces graphiques que, pour les temps les plus courts, les gamma avec un fort taux de comptage sont répartis sur une large gamme d'énergie, jusqu'à 6 MeV avec quelques pics jusqu'à 10 MeV. Pour les temps les plus élevés, l'énergie des photons est plutôt restreinte aux basses énergies.

Or, ce sont les photons les plus énergétiques qui déposent leur énergie dans le sel inerte ou dans l'hastelloy. La tendance qui va se dessiner est donc que, dans les premiers instants suivant la vidange, les photons se déposeront dans tous les matériaux. Puis, plus le temps avancera, plus ils se déposeront uniquement dans le sel combustible. Cette tendance est une bonne chose car c'est le début du transitoire qui est crucial au niveau de la sûreté : c'est à ce moment là que les températures sont les plus élevées.

3.3.3 Résultats

Lors des calculs, il a été remarqué que toute la puissance résiduelle électromagnétique n'était pas prise en compte dans les raies gamma qui étaient calculées. Malgré le rajout de la raie gamma dans le spectre qui a été discutée plus haut, il y a une différence notable entre la puissance cumulée du spectre gamma et la puissance électromagnétique dégagée. Le choix qui a été fait a été de renormaliser (diviser par un facteur de normalisation) la puissance obtenue dans chacune des zones pour que leur somme soit égale à la puissance totale réelle. Cette méthode ne permet pas de prendre en compte le dépôt d'énergie dans les matériaux en fonction de l'énergie des photons qui ne sont pas dans le spectre. Mais, elle permet de ne pas ajouter un paramètre inconnu : l'énergie des gammas ajoutés.

Le facteur de normalisation est affiché dans la Figure 3.11. Elle est surtout marquée au début du transitoire et s'atténue avec le temps. Cette différence entre les deux puissances implique une erreur sur les valeurs de puissance qui est bien supérieure à l'erreur qui a été engendrée avec les calculs Serpent.

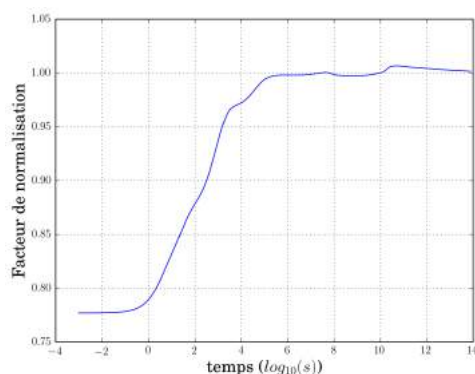


FIGURE 3.11 – Facteur de normalisation utilisé pour prendre en compte toute la puissance électromagnétique

En utilisant les spectres gamma obtenus grâce au module ECI, les taux d'absorption que nous avons obtenus avec les calculs Serpent et la quantité de puissance résiduelle évacuée par rayonnements gamma, on peut calculer pour différents instants la quantité de puissance résiduelle dans chaque matériau. C'est ce qui est représenté sur la Figure 3.12. Sur cette courbe, la somme des ratios de puissance est inférieure à 1 car ici on ne s'intéresse qu'au dépôt de la puissance gamma par rapport à la puissance totale. Donc le reste de la puissance qui n'est pas sur cette courbe est déposé dans le sel combustible.

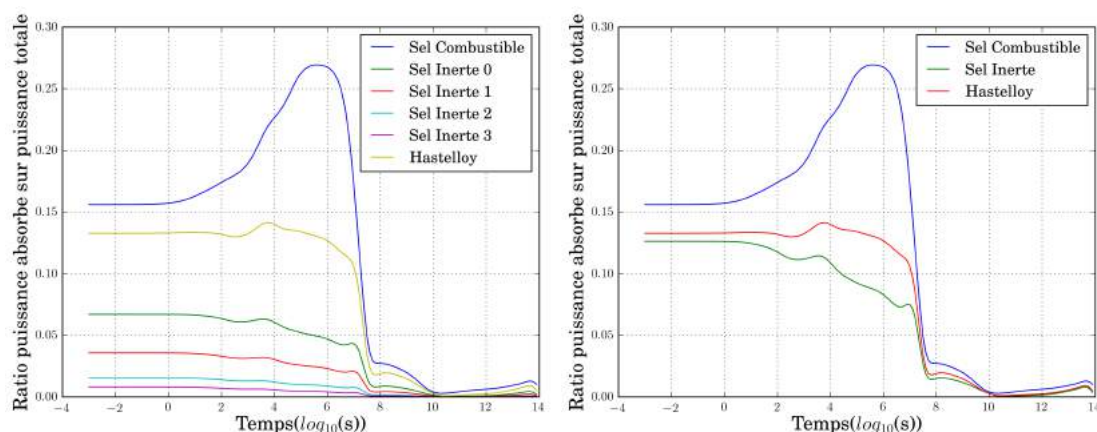


FIGURE 3.12 – Ratio de la puissance résiduelle déposée dans chaque matériau

Pour les échelles de temps courtes, on observe que de 10 % à 13 % de la puissance résiduelle totale est déposée directement dans le sel inerte et de 13 % à 14 % dans l'hastelloy. Cette partie non négligeable de la puissance déposée autre part que dans le sel combustible (≈ 25 % pendant plusieurs heures) est un phénomène très positif pour la sûreté, cela permet de déposer plus uniformément la puissance et donc d'augmenter la température de manière plus uniforme dans l'ensemble du réservoir et éviter les points chauds.

3.4 Transport de chaleur dans le sel inerte

3.4.1 Introduction

Une fois que le sel combustible se déverse dans le réservoir de vidange, la puissance résiduelle permet de chauffer l'ensemble du réservoir, mais la majeure partie de cette puissance est déposée initialement dans le sel combustible. Cette chaleur sera donc transportée par conduction à travers l'Hastelloy et dans le sel inerte, et une fois que ce dernier commencera à se liquéfier, la convection naturelle pourra se développer. Cette partie a pour but d'étudier ce phénomène.

Comme nous l'avons vu dans le design du réservoir de vidange (cf. partie 2), la puissance résiduelle est en partie stockée sous forme de chaleur latente du sel inerte. Or, ce sel, une fois fondu va pouvoir convecter dans les tubes de refroidissement entre la paroi en hastelloy chauffée par le sel combustible et le sel inerte plus froid en train de fondre. Ceci est représenté sur la Figure 3.13. La convection naturelle est un transport de matière, mais peut aussi être vue comme un transport d'énergie et donc une augmentation de la conduction dans le fluide entre la paroi chaude et la paroi froide.

Le sel combustible entrant dans le réservoir de vidange est liquide et sera chauffé au cœur et refroidi sur les parois donc un mouvement de convection devrait se mettre en place. Mais l'épaisseur de sel entre la zone chaude (le centre) et la zone froide (la paroi) est de 1.8 cm. Le nombre de Grashof est de l'ordre de 820 dans le sel combustible et est donc trop faible pour que la convection naturelle puisse s'enclencher avec les dimensions étudiées dans ce stage.

Le but ici est donc d'établir une modélisation pour pouvoir prendre en compte la convection naturelle dans le sel inerte sans avoir à résoudre les équations de Navier-Stokes.

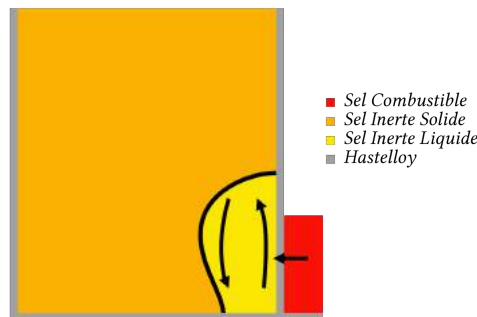


FIGURE 3.13 – Schéma de la convection naturelle dans le sel inerte

3.4.2 Modèle

Le modèle choisi fait varier la valeur de la conductivité thermique du matériau dans la zone de convection naturelle pour simuler l'augmentation du transfert d'énergie induite par le transport convectif de fluide. Reprenons l'équation de la chaleur avec la masse volumique ρ et la capacité calorifique C_p variant lentement dans le temps par rapport à la température dans le sel inerte et l'équation de la conservation de la masse :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \vec{\nabla} T) + q \\ \text{div}(\vec{v}) = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Avec ρ la masse volumique, C_p la capacité calorifique massique, λ la conductivité thermique, T la température et q la puissance volumique. Prenons le cas d'une géométrie cartésienne en deux dimensions (x, y) et combinons les équations 3.14 :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} - \rho C_p v_x T \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \rho C_p v_y T \right) + q$$

On peut définir ici un coefficient de transfert thermique convectif équivalent à de la conduction :

$$\lambda_i = -\frac{\rho C_p v_i T}{\frac{\partial T}{\partial i}}, i \in \{x, y\}$$

Ce qui permet de réécrire l'équation de la chaleur comme suit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \left(1 + \frac{\lambda_x}{\lambda} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \left(1 + \frac{\lambda_y}{\lambda} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q$$

L'objectif maintenant est de pouvoir estimer cette "conductivité thermique équivalente".

3.4.3 Expressions de la conductivité

Une fois que le sel inerte commence à fondre et que la quantité de sel fondu est suffisante, un mouvement de convection naturelle va s'enclencher. Soit une cellule rectangulaire de rapport d'aspect $A = \frac{H}{\delta}$ avec H la hauteur de la cellule et δ son épaisseur. Notons ΔT la différence de température entre les parois latérales. Considérons les parois supérieures et inférieures calorifugées, la convection naturelle s'enclenche pour [9] :

$$Ra_\delta = \frac{g\beta\Delta T}{\lambda} \delta^3 = 500A \quad (3.15)$$

Or, dans notre cas, la cellule de convection n'est pas tout à fait rectangulaire. Le front de fusion n'avance pas de manière verticale dans le temps. Pour adapter la géométrie, j'ai récupéré la hauteur maximale à laquelle la convection naturelle était enclenchée en prenant $A = \frac{Z}{\delta(z)}$. A partir de cette hauteur, j'ai pu obtenir une surface S dans laquelle la convection naturelle était présente (définie par la zone liquide en dessous de Z). Le nouveau rapport d'aspect peut donc s'écrire $A = \frac{Z^2}{S}$ ce qui permet de calculer le nombre de Rayleigh global.

Une fois que la convection naturelle s'est enclenchée, les corrélations qui proviennent de [9] permettent de calculer la conductivité thermique équivalente :

$$\begin{cases} 1 \leq Pr \leq 20000 \\ 10 < A < 40 \\ 10^4 < Ra_\delta < 10^7 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda} = 0.42 Ra_\delta^{1/4} A^{-0.3} Pr^{0.012} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} 1 \leq Pr \leq 20 \\ 1 < A < 40 \\ 10^6 < Ra_\delta < 10^9 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_e}{\lambda} = 0.046 Ra_\delta^{1/3} \quad (3.17)$$

3.4.4 Limites du modèle

Les corrélations vues dans la partie précédente montrent que lorsque le rapport d'aspect augmente, l'efficacité de la convection naturelle diminue. De plus, quand la convection naturelle s'enclenche dans une barre de refroidissement, le rapport d'aspect est au-delà du domaine de validité des corrélations précédentes. Pour pouvoir quand même calculer l'évolution thermique du réservoir de vidange, une autre corrélation sera utilisée [10] :

$$\frac{\lambda_e}{\lambda} = 1 + 0.18 \left(\frac{Ra \times Pr}{0.2 + Pr} \right)^{0.29} \quad (3.18)$$

L'augmentation de la conductivité thermique sera limitée à un facteur arbitraire pris égal à 5 pour ne pas sur estimer cette augmentation et pour des raisons de convergence numérique.

Perspective :

Une amélioration de la géométrie pourrait être utilisée pour réduire ce grand rapport d'aspect. Elle consisterait à ajouter des ailettes horizontales dans le sel inerte sur la paroi en contact avec le sel combustible. En effet, cet ajout d'ailettes permettrait de créer des cavités de convection dans le sel inerte et permettrait deux choses :

- réduire le rapport d'aspect local et donc augmenter l'échange thermique global avec la paroi froide
- uniformiser l'échange de chaleur sur la hauteur de la barre de refroidissement.

Toutefois ce genre d'ailettes pourrait poser problème lors de la fusion du sel inerte : en se liquéfiant ce dernier va se dilater et peut provoquer des contraintes trop fortes sur les ailettes et les parois des tubes de refroidissement.

3.5 Evacuation de la chaleur en dehors du réservoir de vidange

3.5.1 Introduction

Une fois que le sel inerte chauffe et se liquéfie, l'air s'écoulant dans les barres de refroidissement va commencer à évacuer la puissance résiduelle. Le transitoire d'augmentation du flux passant des tubes de refroidissement à l'air n'étant pas connu, nous allons supposer ici que la densité de flux de chaleur arrivant dans l'Hastelloy du tube de refroidissement est constante et nous chercherons à calculer le régime permanent de la convection naturelle dans l'enceinte réacteur. Dans les études du réservoir de vidange qui ont été réalisées par Delphine Gérardin [1] le fluide de refroidissement choisi était de l'eau en convection forcée passant dans les tubes du réservoir de vidange. Or, pour des raisons de sûreté, de l'air en convection naturelle est maintenant envisagé. En effet, en cas de rupture d'une des barrières en Hastelloy, l'eau pouvant entrer en contact avec le sel inerte ce qui pourrait causer une explosion vapeur. Mais sans aller à un sur accident aussi grave, la montée en température du réservoir pourrait causer une vaporisation de l'eau de refroidissement et donc une montée en pression. De plus, la vidange du réacteur étant considérée comme une situation d'extrême urgence, si elle arrive, il faut que le réacteur puisse être sûr même isolé de l'extérieur pendant longtemps. La convection naturelle de l'air est donc beaucoup plus avantageuse et va être étudiée ici. Nous suivrons le même type de raisonnement que celui d'Edouard Montanet durant son stage [11].

La puissance résiduelle dégagée par le sel combustible après sa sortie de cœur étant de 150 MW, il n'est pas possible d'évacuer toute cette puissance avec de l'air en convection naturelle. C'est pourquoi lors du design du réservoir de vidange, il a été décidé de stocker toute l'énergie jusqu'à ce que la puissance résiduelle descende à 15 MW (cf. partie 2). Le but est donc de trouver un point de fonctionnement de la convection naturelle et de concevoir les ailettes de l'échangeur pour évacuer 15 MW de puissance tout en gardant en mémoire la condition de non fusion de l'Hastelloy [1] :

$$T_H < 1373 \text{ K} \quad (3.19)$$

3.5.2 Calculs théoriques de l'échange de chaleur

Les transferts de chaleur entre l'air et la paroi en hastelloy se font par échanges convectif. Le coefficient d'échange convectif h [$W/(m^2K)$] dépend de plusieurs paramètres dont la température du gaz et sa vitesse, ce sont des grandeurs qu'il faudra donc calculer.

Température du gaz

La hausse de température du gaz est due à la puissance thermique transmise à ce dernier. Notons $P(z)$ la puissance dissipée par unité de longueur dans l'air. Supposons que l'énergie déposée dans une tranche d'air suffisamment fine de hauteur dz contribue à sa hausse de température. Cette hypothèse est appuyée par la turbulence présente dans l'air qui permet une bonne répartition de la température. On peut donc écrire :

$$P(z)dz = \dot{m}d(C_p T_g) \quad (3.20)$$

Avec $\dot{m} = \rho(T_g) \times u(z) \times S(z)$ le débit massique constant sur toute la hauteur de l'échangeur, u la vitesse de l'air à une hauteur donnée et S la section de passage de l'air.

Notons e_z la quantité $e_z = \int_0^z \frac{P(z)}{\dot{m}} dz$, unité d'une énergie massique. Pour avoir un échauffement continu du gaz, nous prendrons ici $z \rightarrow \frac{dP}{dz}$ uniformément nulle sur la hauteur de l'échangeur. Donc $e_z = \frac{P}{\dot{m}} \times z$. Ceci permet d'écrire :

$$C_p(z)T_g(z) - C_p(0)T_g(0) = e_z \quad (3.21)$$

Or, la capacité calorifique dépend de la température, donc au premier ordre on peut écrire $C_p(z) = A + B \times T_g(z)$. La température du gaz à la hauteur z est donc l'une des racines du polynôme :

$$B \times X^2 + A \times X - (C_p(0)T_g(0) + e_z)$$

Ces racines peuvent s'écrire :

$$T_{g\pm} = -\frac{A}{2B} \pm \frac{1}{2B} \sqrt{(A + 2BT_g(0))^2 + 4Be_z} \quad (3.22)$$

Dans notre cas, A et B sont des constantes positives donc la seule racine positive sera :

$$T_g = -\frac{A}{2B} + \frac{1}{2B} \sqrt{(A + 2BT_g(0))^2 + 4Be_z}$$

On peut aisément se convaincre qu'elle est positive car $e_z > 0$.

Les deux constantes A et B peuvent être approximées à partir de l'expression de $C_p(T)$ à plus hauts ordres en T [12] et en linéarisant autour des températures qui nous intéresseront dans le design comme on peut le voir Figure 3.14.

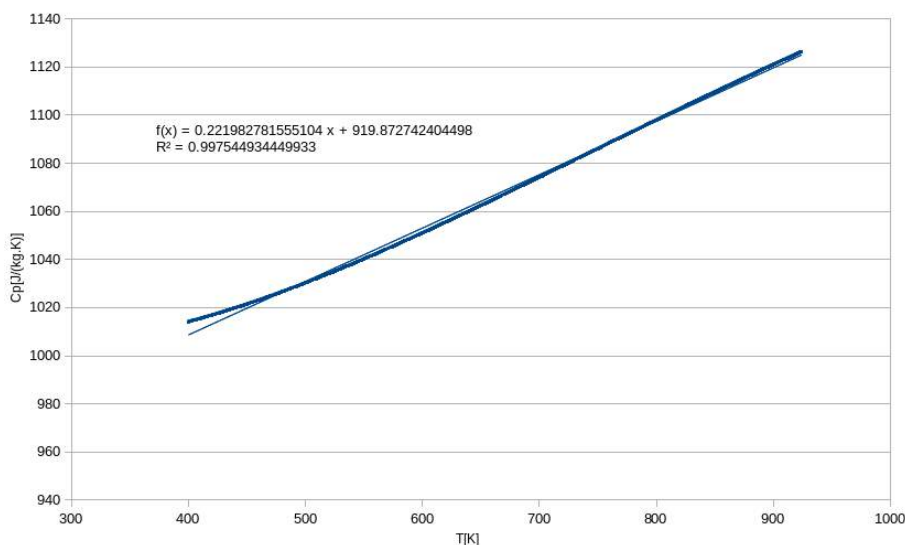


FIGURE 3.14 – $C_p(T)$ de l'air et les valeurs de la linéarisation

Température des ailettes

L'échange thermique se faisant entre l'hastelloy et le gaz, la température de la paroi en hastelloy va dépendre de la température des ailettes :

$$P(z) = \underbrace{2N_a \times h(z) \times \int_0^L T(x, z) - T_g(z) dx}_{(1)} + \underbrace{(2\pi R - N_a e)h(z) (T_p(z) - T_g(z))}_{(2)} + \underbrace{N_a h(z) e \times (T_p(z) - T_g(z))}_{(3)} \quad (3.23)$$

Avec N_a le nombre d'ailettes, e l'épaisseur des ailettes, L leur longueur, $T(x, z)$ leur température en (x, z) et $T_p(z)$ la température de la paroi à la côte z . Les membres de l'équation traduisent :

- (1) échange thermique le long des ailettes
- (2) échange thermique entre la paroi en hastelloy du tube et l'air
- (3) échange au bout des ailettes

La taille des ailettes pourra varier selon la hauteur des barres de refroidissement $L(z) = a(z - \frac{H}{2}) + b$, avec H la hauteur du tube de refroidissement.

Plaçons nous à une hauteur z d'une des ailettes et supposons que le vecteur de densité de courant de chaleur \vec{j} est orienté selon e_x , vecteur dirigé vers le centre de la barre de refroidissement et qu'il ne dépend que de la variable x .

Dans un petit rectangle de volume $dx \times e \times dz$ comme le montre la Figure 3.15, un bilan d'enthalpie en régime permanent donne :

$$\sum_{i \in \text{surfaces}} \vec{j}_i \cdot d\vec{S} = 0 \implies j(x + dx, z)e = j(x, z)e - 2j_{conv}(x, z)dx \implies \frac{\partial j}{\partial x} e = -2j_{conv} \quad (3.24)$$

Avec j_{conv} la densité de courant de chaleur échangé avec l'air perpendiculairement à la paroi des ailettes.

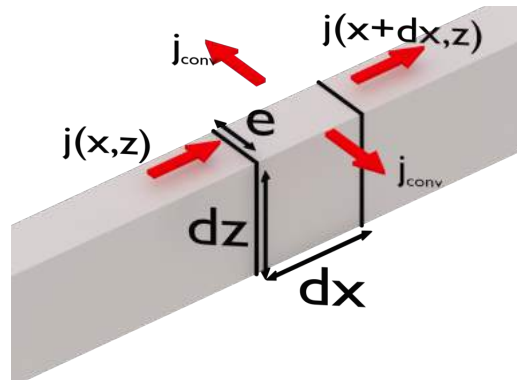


FIGURE 3.15 – Schéma local du bilan de chaleur sur un volume infinitésimal d'une ailette

Ce qui peut se réécrire avec les expressions des différents courants :

$$L_c^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = T(x, z) - T_g(z) \quad (3.25)$$

Notons :

$$\begin{cases} L_c^2 = \frac{ke}{2h(z)} \\ k : \text{conductivité thermique de l'aillette} \\ \theta(x, z) = T(x, z) - T_g(z) \end{cases}$$

Les solutions de cette équation s'écrivent donc :

$$\theta(x, z) = A(z)e^{\frac{x}{L_c}} + B(z)e^{-\frac{x}{L_c}}$$

Les conditions aux limites du problème sont :

$$\begin{cases} -k \frac{\partial \theta}{\partial x}(0, z) = \phi \\ -k \frac{\partial \theta}{\partial x}(L, z) = h\theta(L, z) \end{cases}$$

Avec ϕ la densité de courant de chaleur entrant dans l'aillette. Ce qui permet d'écrire un système linéaire à déterminant strictement positif pour trouver les expressions des deux paramètres A et B. En le résolvant (calculs en Annexe C), on peut écrire :

$$\theta(x, z) = \frac{L_c(z)\phi}{k} \frac{\cosh\left(\frac{x-L}{L_c(z)}\right) + \frac{h(z)L_c(z)}{k} \sinh\left(\frac{L-x}{L_c(z)}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right) + \frac{h(z)L_c(z)}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right)} \quad (3.26)$$

Le coefficient d'échange thermique h est calculé à partir des corrélations suivantes [13] pour des nombres de Prandtl $\in [0.5, 200]$:

$$\begin{cases} Re > 4000, Nu = \frac{\chi(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7\sqrt{\frac{\chi}{8}}(Pr^{2/3} - 1)} \left[1 + \left(\frac{D_H}{H}\right)^{2/3} \right] \left(\frac{Pr_m}{Pr_p}\right)^{0.11} \\ Re < 2300, Nu = 3.66 + \frac{0.0668 Re Pr_m \frac{D_H}{H}}{1 + 0.04 \left(Re Pr_m \frac{D_H}{H}\right)^{2/3}} \left(\frac{\nu_m \rho_m}{\nu_p \rho_p}\right)^{0.14} \end{cases} \quad (3.27)$$

Avec $\chi = \left(\frac{1}{1.82 \log(Re) - 1.64}\right)^2$ [13], les indices m représentent les grandeurs identifiées à la température de mélange du fluide et les indices p à la température de paroi. Dans les cas de nombre de Reynolds entre 2300

et 4000, on prend comme nombre de Nusselt une interpolation linéaire entre les deux nombres de Nusselts calculés pour 2300 et 4000 :

$$\begin{cases} X = \frac{Re - Re_{min}}{Re_{max} - Re_{min}} \\ Nu = X \times Nu(Re_{max}) + (1 - X) \times Nu(Re_{min}) \end{cases} \quad (3.28)$$

Température de la paroi

Pour calculer la température de la paroi, on reprend l'équation 3.23 et les conditions aux limites de $(x, z) \rightarrow \theta(x, z)$ vues précédemment. On obtient :

$$\begin{aligned} & 2N_a h \int_0^L \theta(x, z) dx + N_a h e \times \theta(L, z) \\ &= 2N_a h \int_0^L L_c^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx + N_a h e \times \theta(L, z) \\ &= 2N_a h \frac{ke}{2h} \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} \right]_0^L + N_a h e \times \theta(L, z) \\ &= N_a k e \left[-\frac{h}{k} \theta(L, z) + \frac{\phi}{k} \right] + N_a h e \times \theta(L, z) = N_a \phi e \end{aligned}$$

Donc :

$$P(z) = \frac{P_{tot}}{H} = N_a e \phi + (2\pi R - N_a e) h(z) (T_p(z) - T_g(z)) \quad (3.29)$$

Pour calculer la température des ailettes, il reste à évaluer le flux de chaleur surfacique ϕ entrant dans les ailettes ϕ . En effet, les résistances thermiques n'étant pas les mêmes entre l'interface avec les ailettes et l'interface avec le gaz, le flux de chaleur aura tendance à préférer aller dans les ailettes car cette résistance y est plus faible. Ces résistances peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} R_p = \frac{T_p - T_g}{P} = \frac{1}{hS} = \frac{1}{h \times H(2\pi R - N_a e)} \\ R_a = \frac{\theta(0, L)}{P} = \frac{L_c}{keH} \frac{\cosh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right) + \frac{h(z)L_c(z)}{k} \sinh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right)}{\sinh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right) + \frac{h(z)L_c(z)}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c(z)}\right)} \end{cases} \quad (3.30)$$

Avec $\phi = \frac{P}{eH}$ la puissance surfacique entrant dans l'ailette. De plus, le terme de l'ailette dans la puissance linéique peut se réécrire :

$$\phi = \frac{P_{tot}}{2\pi RH} \gamma \quad (3.31)$$

Avec γ la quantité de densité de flux de chaleur passant dans les ailettes. Son expression est obtenue dans l'annexe C.

3.5.3 Pertes de charge

La vitesse de l'air dans les tubes de refroidissement s'établit par convection naturelle. L'air chauffé dans le réservoir est refroidi dans un échangeur de chaleur placé en haut de l'enceinte réacteur et redescend sous l'action de la gravité.

En régime permanent, on peut donc voir ce problème comme deux colonnes d'air, une froide et une chaude en équilibre. Cet équilibre vient de la différence de pression hydrostatique entre les deux colonnes qui doit compenser la perte de charge dans l'échangeur de chaleur.

La variation de pression hydrostatique peut s'écrire comme suit :

$$\Delta P = \rho_f H_f - \int_0^H \rho(z) dz - \rho_c H_c \quad (3.32)$$

Le premier terme étant la pression hydrostatique de la colonne froide, le second terme étant la pression hydrostatique dans le réservoir de vidange et le dernier dans le reste de la colonne chaude, au-dessus du réservoir de vidange. La température de la colonne froide est la même que la température d'entrée du réservoir de vidange et celle de la colonne chaude est la même que la température de sortie du réservoir de vidange.

Cette variation de pression doit compenser la perte de charge dans les barres de refroidissement et dans l'échangeur entre l'enceinte et le bâtiment pour qu'un mouvement permanent puisse apparaître. Les pertes de charge dans une barre de refroidissement proviennent de l'entrée de l'air dans la barre de refroidissement, de sa sortie et des pertes de charge linéaires à l'intérieur du tube :

$$\Delta P = \Delta p_e + \Delta p_s + \Delta p_l \quad (3.33)$$

Nous supposons dans les calculs que les pertes de charges dans l'échangeur de chaleur entre l'enceinte réacteur et le bâtiment réacteur sont les mêmes que celles des barres de refroidissement, ce qui double ces pertes de charge. Les pertes de charge à l'entrée et à la sortie peuvent s'écrire sous la forme $\frac{k}{2}\rho v^2$ avec k le coefficient de perte de charge singulière qui dépend de la forme de la conduite. Ici, on peut voir le système comme un réservoir infini (l'enceinte réacteur) et une conduite de taille finie (le réservoir) donc les pertes de charge peuvent s'écrire [14] :

$$\begin{cases} \Delta p_e = 0.4 \times \frac{1}{2}\rho_e v_e^2 \\ \Delta p_s = \frac{1}{2}\rho_s v_s^2 \end{cases} \quad (3.34)$$

Les pertes de charge linéaires peuvent s'écrire :

$$\Delta p_l = \Lambda \frac{L}{D_m} \frac{1}{2}\rho_m v_m^2$$

L'indice m représente une grandeur moyennée sur la hauteur de l'échangeur de chaleur. Avec D le diamètre hydraulique et Λ le coefficient de Darcy qui peut être lu sur le diagramme de Moddy ou être calculé avec l'expression approchée suivante [14] :

$$\Lambda = \frac{1}{\left[1.8 \log \left(\frac{6.9}{Re_m} + \left(\frac{\epsilon}{3.71 D_{H,m}} \right)^{1.11} \right) \right]^2} \quad (3.35)$$

3.5.4 Résolution du problème et résultats

Algorithme

Le but des calculs présentés ici est de trouver une température d'entrée et une vitesse d'entrée dans le réservoir de vidange qui permettent d'égaliser les pertes de charge et la différence de pression hydrostatique entre les deux colonnes d'air. Pour ceci, un algorithme inspiré de la méthode des algorithmes génétiques a été utilisé. Cet algorithme prend en entrée des bornes maximales et minimales pour la taille des ailettes ($L(z) = az + b$), la température d'entrée et la vitesse d'entrée. En choisissant aléatoirement des paramètres dans ces bornes et en calculant l'évolution de la température et de la vitesse de l'air dans la barre de refroidissement, l'algorithme peut calculer la différence entre la pression hydrostatique et la perte de charge. Ensuite, l'algorithme sélectionne les paramètres ayant la différence la plus proche de zéro, les duplique et les fait "muter" (choisissant une valeur de paramètre aléatoire assez proche). En reproduisant de nombreuses fois ce processus, l'algorithme converge vers des valeurs de paramètres permettant d'annuler cette différence.

Résultats

Pour des paramètres constants de dimensions de l'enceinte réacteur et du réservoir de vidange, il est possible, pour plusieurs températures de colonne froide, de calculer le point de fonctionnement de la convection naturelle, c'est-à-dire la vitesse d'entrée de l'air dans le réservoir de vidange. Cet algorithme permet, par exemple, de calculer l'ensemble des points de fonctionnement de la convection naturelle pour plusieurs températures d'entrée pour une taille d'ailette constante de 15 cm et les paramètres suivants :

- $e = 1$ cm
- $N_a = 8$
- Longueur des ailettes : $L = 0.05$ m
- Hauteur du réservoir de vidange chauffant : $H = 4$ m
- Diamètre des tubes $D = 30$ cm
- Hauteur de l'enceinte réacteur : 20 m

Cet ensemble de points de fonctionnements sont représentés sur la figure 3.16. Les valeurs de différences entre les pertes de charge et la pression motrice sont données dans la figure 3.16. On observe que la vitesse d'entrée dans le réservoir de vidange évolue en accord avec l'intuition : plus la température de la colonne froide est élevée, plus la vitesse d'entrée dans les tubes de refroidissement est faible.

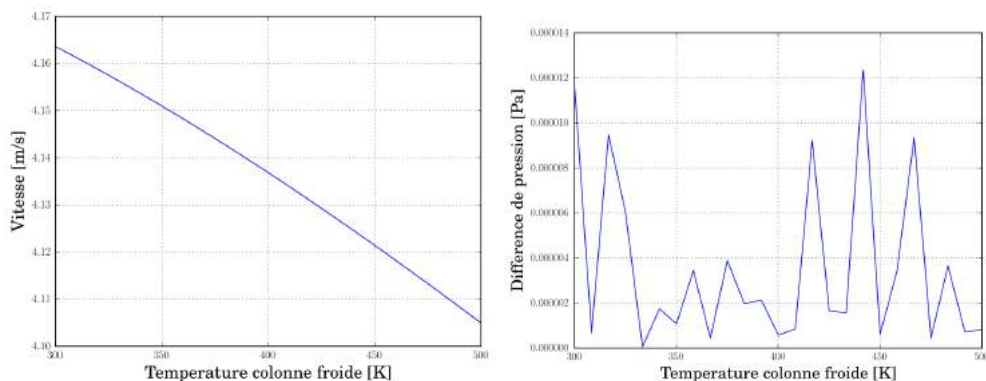


FIGURE 3.16 – Vitesse d’entrée de l’air dans le réservoir en fonction de la température de la colonne froide (gauche) et différences entre les pertes de charges et la pression motrice (droite)

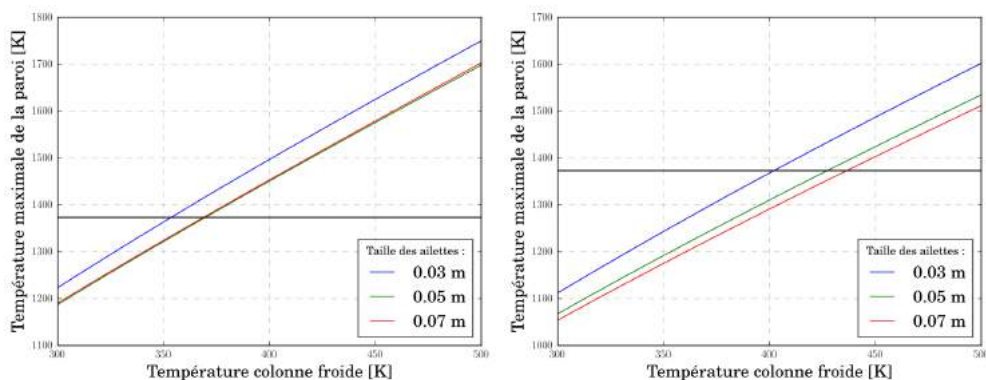


FIGURE 3.17 – Température maximale de la paroi en hastelloy pour 8 ailettes et un diamètre de passage de l’air de 30 cm (gauche) et 35 cm (droite) avec la température de fusion de l’hastelloy en noir

On peut vérifier par la même occasion les hypothèses qui ont été faites dans les calculs précédents et dans les corrélations utilisées. Le nombre de Prandtl moyen obtenu est de 0.68 avec un écart type maximal le long du réservoir de 1×10^{-2} ce qui est supérieur à 0.5 tel que demandé par les corrélations. Le nombre de Biot des ailettes est aux alentours de 0.01 avec un écart type de 6×10^{-4} ce qui est un peu grand pour l’hypothèse thermiquement mince pour l’ailette. Et enfin le nombre de Reynolds varie entre 13500 avec un écart type le long de la barre de 1.69×10^3 pour la température la plus élevée et 31900 avec un écart type le long de la barre de 4.44×10^3 pour la température de colonne froide la plus faible ce qui confirme l’hypothèse de turbulence le long de l’échangeur et donc ne permet pas d’infirmer le fait que la puissance chauffe bien l’air sur toute la section.

Influence de la taille de la section de passage de l’air

Pour plusieurs tailles d’ailettes, on peut comparer les températures maximales atteintes dans l’hastelloy qui sont affichées sur la Figure 3.17. Avec les paramètres suivants :

- $e = 1 \text{ cm}$
- $N_a = 8$
- Hauteur du réservoir de vidange chauffant : $H = 4 \text{ m}$
- Hauteur de l’enceinte réacteur : 20 m

On observe que plus la section de passage de l’air est grande mieux la paroi est refroidie, mais plus on augmente la section de passage de l’air plus on réduit l’épaisseur de sel combustible dans les barres de refroidissement, ce qui peut engendrer des soucis d’écoulement du sel lors de son arrivée dans le réservoir. On observe aussi qu’à partir d’une certaine taille d’ailette, son augmentation n’a pas d’effet significatif sur la température maximale de la paroi (ce qui est facilement visible dans l’expression du facteur γ défini dans la partie précédente).

Influence du nombre d’ailettes

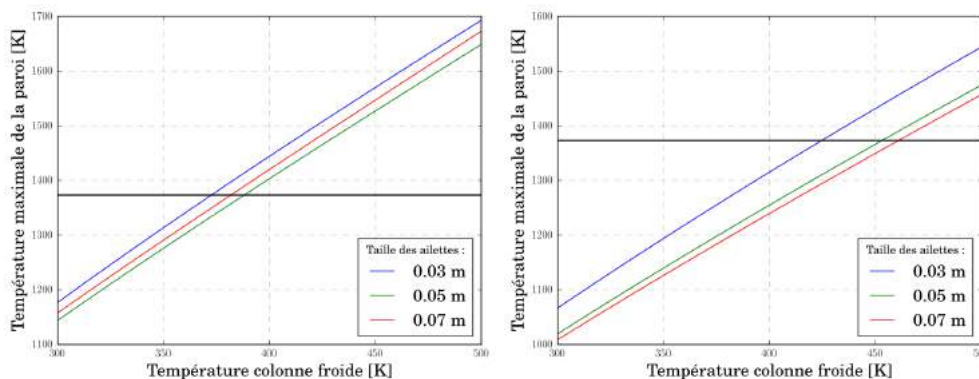


FIGURE 3.18 – Température maximale de la paroi en hastelloy pour 10 ailettes et pour un diamètre de passage de l'air de 30 cm (gauche) et 35 cm (droite) avec la température de fusion de l'hastelloy en noir

Reprenons les paramètres précédents en changeant le nombre d'ailettes. Les températures maximales de la paroi en hastelloy sont affichées sur la Figure 3.18.

- $e = 1 \text{ cm}$
- $N_a = 10$
- Hauteur du réservoir de vidange chauffant : $H = 4 \text{ m}$
- Hauteur de l'enceinte réacteur : 20 m

Pour les mêmes dimensions de réservoir de vidange et d'enceinte réacteur, augmenter le nombre d'ailettes permet de réduire la température maximale atteinte par la paroi, mais augmente aussi les pertes de charge et donc réduit la vitesse dans le réservoir. Avec une vitesse trop faible, l'échangeur de chaleur entre l'enceinte réacteur et le bâtiment réacteur refroidira de manière moins efficace l'air dans l'enceinte. Ce qui engendrera un échangeur plus grand entre l'enceinte réacteur et le bâtiment réacteur.

3.5.5 Conclusion

L'évaluation de l'option de refroidissement par de l'air en convection naturelle qui possède beaucoup d'avantages au niveau de la sûreté a demandé de modifier le paramétrage du réservoir de vidange qui à l'origine était prévu [1] pour être refroidi avec de l'eau. De plus, il est aussi nécessaire d'avoir une enceinte réacteur haute pour avoir une grande pression motrice et permettre à la convection naturelle de se développer. Ces calculs ont permis de montrer qu'il est possible d'utiliser la convection naturelle à condition d'avoir un échangeur de chaleur entre l'enceinte réacteur et le bâtiment réacteur qui permette de refroidir suffisamment le gaz s'écoulant dans les tubes du réservoir de vidange. Cet échangeur de chaleur pilotera la convection naturelle et son efficacité. Pour que ce dernier soit le plus efficace possible, on cherchera à maximiser la température de la colonne froide pour que les échanges thermiques avec le bâtiment réacteur puis avec l'air extérieur soient les plus grands possibles. Cet algorithme pourra être utilisé pour optimiser le design du réservoir de vidange en fonction de paramètres à définir (taille maximale des ailettes, température de la colonne chaude,...).

Partie 4

Analyse globale du transitoire

4.1 Evolution thermique du réservoir de vidange

4.1.1 Introduction

Après avoir obtenu une géométrie du réservoir de vidange, étudié les différents phénomènes physiques qui interviennent dans l'évolution thermique du réservoir de vidange et calculé sa vitesse de remplissage, nous avons développé un code rassemblant tous ces morceaux pour calculer l'évolution thermique du réservoir de vidange. L'objectif est de vérifier que les critères de sûreté sur les températures à ne pas dépasser sont bien respectés.

Le code de calcul développé est de type différences finies pour pouvoir résoudre l'équation de la chaleur en conduction pure. La géométrie du réservoir de vidange étant complexe, nous allons la transformer en une géométrie cylindrique qui est un cas enveloppe de l'échauffement des matériaux au cas hexagonal comme l'a montré Derlphine Gérardin [1]. De plus, nous allons résoudre l'équation en deux dimensions, radiale et axiale pour prendre en compte le remplissage du réservoir et l'évolution de la température sous cet effet.

L'évolution de la température est modélisée par une équation du type $\frac{dT}{dt}(\vec{r}, t) = f(t, T)$ que nous déterminerons dans la partie suivante. Pour résoudre cette équation, nous allons utiliser une méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 4 pour gagner en rapidité et en précision par rapport à une méthode d'ordre inférieur sans que cette méthode ne devienne trop contraignante à développer. Elle permet de passer d'un instant t à un instant $t + dt$ à partir d'une condition initiale et d'un ensemble de conditions aux limites. Cette méthode s'exprime comme suit :

$$T(\vec{r}, t + dt) = T(\vec{r}, t) + \frac{dt}{6}(c_1 + 2c_2 + 2c_3 + c_4) \text{ Avec } \begin{cases} c_1 = f(t, T) \\ c_2 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_1\right) \\ c_3 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_2\right) \\ c_4 = f(t + dt, T + dt.c_3) \end{cases} \quad (4.1)$$

Le choix du maillage est très important, car il pilote la stabilité du schéma de calcul et sa précision (cf.section 4.1.4). Le calcul pour obtenir le critère de stabilité est en Annexe D :

$$dx > \sqrt{\frac{\lambda dt}{0.6963\rho C_p}} \quad (4.2)$$

4.1.2 Méthode numérique

Conduction thermique

Dans le plan (r, z) avec r la dimension radiale et z la dimension axiale, une petite surface correspond à un volume torique à section rectangulaire. Raisonnons sur ce volume élémentaire représenté Figure 4.1. L'équation de la chaleur s'écrit dans ce volume :

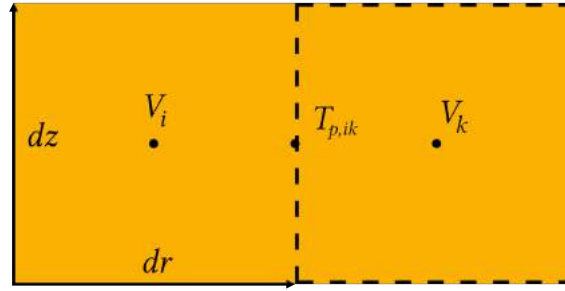


FIGURE 4.1 – Schéma d'un volume élémentaire pour les calculs d'évolution thermique

$$\rho C_p \frac{dT}{dt}(\vec{r}, t) + \text{div}(\vec{j})(\vec{r}, t) = q(\vec{r}, t) \quad (4.3)$$

Pour exprimer le vecteur densité de courant de chaleur, on utilise la loi de Fourier :

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = -\lambda \vec{\nabla} T(\vec{r}, t) \quad (4.4)$$

En supposant que la conductivité thermique λ est constante à l'intérieur d'un volume élémentaire, on peut écrire :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt}(\vec{r}, t) = \lambda \Delta T(\vec{r}, t) + q(\vec{r}, t) \quad (4.5)$$

Notons r_i la position du centre du volume i . Pour le calcul du laplacien, nous allons passer par l'expression de la température des faces de chaque volume. En effet, les températures des différents volumes étant différentes et les volumes pouvant être constitués de différents matériaux, cela permet de prendre en compte les changements de valeur de grandeurs physiques entre chaque volume. Le Laplacien d'une fonction ne dépendant que de r et z , ce qui est le cas de la température par symétrie de rotation autour de l'axe d'une barre de refroidissement, s'écrit :

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z^2}$$

Notons $x_i \in r, z$ l'une des deux coordonnées pour exprimer les dérivées à partir de la température au centre du volume et des températures de paroi :

$$\left\{ \begin{array}{l} T\left(x_i + \frac{dx_i}{2}\right) = T_{x_i} + \frac{dx_i}{2} \frac{\partial T}{\partial x_i}(x_i) + \frac{dx_i^2}{8} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}(x_i) \\ T\left(x_i - \frac{dx_i}{2}\right) = T_{x_i} - \frac{dx_i}{2} \frac{\partial T}{\partial x_i}(x_i) + \frac{dx_i^2}{8} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}(x_i) \end{array} \right.$$

En additionnant et soustrayant les deux équations si dessus, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2}(x_i) = \frac{4}{dx_i^2} \left[T\left(x_i + \frac{dx_i}{2}\right) - 2T(x_i) + T\left(x_i - \frac{dx_i}{2}\right) \right] \\ \frac{\partial T}{\partial x_i}(x_i) = \frac{1}{dx_i} \left[T\left(x_i + \frac{dx_i}{2}\right) - T\left(x_i - \frac{dx_i}{2}\right) \right] \end{array} \right.$$

En remplaçant dans 4.5 les différentes dérivées dues au laplacien, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt}(\vec{r}, t) = & \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{4}{dr^2} \left[T \left(r + \frac{dr}{2} \right) - 2T(r) + T \left(r - \frac{dr}{2} \right) \right] + \\ & \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{1}{r \cdot dr} \left[T \left(r + \frac{dr}{2} \right) - T \left(r - \frac{dr}{2} \right) \right] + \\ & \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{4}{dz^2} \left[T \left(z + \frac{dz}{2} \right) - 2T(z) + T \left(z - \frac{dz}{2} \right) \right] + \frac{q_i}{\rho C_p} \end{aligned}$$

Or, entre chaque volume élémentaire, on peut écrire que le flux se conserve. Ce qui s'écrit entre deux volumes i et j adjacents :

$$\vec{j}_i \cdot \vec{S}_{i,j} = \vec{j}_j \cdot \vec{S}_{i,j}$$

Dans le cas où il n'y a que de la conduction entre les deux volumes, les surfaces sont égales et donc les densités de courant de conduction se conservent, on peut donc écrire :

$$\lambda_i \frac{T_{p,ij} - T_i}{dr_i/2} = \lambda_j \frac{T_j - T_{p,ij}}{dr_j/2}$$

Ce qui permet donc d'écrire :

$$T_{p,ij} = \frac{\frac{\lambda_i T_i}{dr_i} + \frac{\lambda_j T_j}{dr_j}}{\frac{\lambda_i}{dr_i} + \frac{\lambda_j}{dr_j}} \quad (4.6)$$

Cette équation n'est pas l'expression habituelle obtenue en calculant le laplacien en fonction de la température aux mailles adjacentes mais, en appliquant les expressions de la température de paroi dans cette équation, on obtient la même équation que celle qui aurait été dérivée du laplacien aux mailles adjacentes. Cette expression est utilisée pour ne pas séparer de cas en fonction des différents matériaux et donc alléger le code.

Changement de phase

Pour prendre en compte le changement de phase dans le code d'évolution de la température du réservoir de vidange, on va supposer que cette dernière se fait à température constante. Donc quand un volume de sel atteint la température de solidification, il sera maintenu à cette température tant qu'il n'aura pas accumulé (resp. perdu) toute l'énergie nécessaire à sa liquéfaction (resp. solidification). Cette quantité d'énergie est donc stockée dans une variable pour chaque volume élémentaire et évolue en fonction de la quantité d'énergie entrant et sortant de chaque cellule.

Remplissage du réservoir

Le réservoir étant découpé en volumes radialement et axialement, le remplissage du réservoir se modélise en remplissant au cours du temps les volumes de sel combustible à l'origine remplis du gaz inerte présent dans le réservoir de vidange. Mais, pour éviter des instabilités numériques pour les faibles remplissages des mailles, elles seront soit remplies, soit vides et chaque maille ne se remplit que lorsque la hauteur dans le réservoir de vidange sera supérieure à la hauteur de la maille. De plus, la température du sel qui est ajoutée dans les mailles de sel combustible doit être évaluée. En effet, la vidange commence à une température donnée pour le sel or ce dernier continue de chauffer grâce à la puissance résiduelle donc sa température va augmenter durant la vidange. En supposant que le sel ne se refroidit pas durant le passage dans le collecteur et la conduite de vidange (ce qui n'est pas exact, car le contact avec les matériaux froids de l'EDS vont faire chuter sa température en surface, mais la croûte formée en surface aura un effet isolant sur le reste du sel), on peut écrire que la puissance émise dans le sel inerte entre t_0 et t_1 entraîne :

$$\int_{t_0}^{t_1} P(t) dt = V \int_T^{T+dT} \rho C_p dT$$

Avec V , le volume du sel hors du réservoir de vidange. Et pour une variation infinitésimale de temps :

$$T + dT = \frac{P(t)dt}{V} + \frac{\rho(T)C_p(T)T}{\rho(T + dT)C_p(T + dT)}$$

Ce qui permet de calculer les nouvelles températures à chaque instant.

4.1.3 Dépôt d'énergie gamma

Nous avons vu que le dépôt d'énergie gamma emporte une partie non négligeable de la puissance résiduelle vers les autres matériaux du réservoir de vidange dans les gammes de temps qui nous intéressent pour l'évolution de la température du réservoir de vidange. A partir des résultats obtenues dans la section 3.3, il est possible de savoir quelle quantité de puissance résiduelle est déposée dans chacun des matériaux. Nommons x_i la fraction de puissance résiduelle déposée dans le matériau i :

$$P_i = x_i q V_{SC}$$

Avec q la puissance volumique émise dans le sel combustible et V_{SC} le volume de sel combustible. Pour simplifier le code, nous voulons écrire la puissance volumique émise dans chacun des matériaux comme $q_i = \gamma_i q$. Ce qui implique :

$$P_i = q_i V_i \Rightarrow \gamma_i = \frac{V_{SC}}{V_i} x_i$$

Les courbes obtenues dans la section 3.3 permettent de connaître le dépôt d'énergie dans les différents matériaux. Nous allons supposer que, dans le sel combustible et dans l'hastelloy, elles sont constantes à travers le matériaux mais nous avons vu que ce n'est pas le cas pour le sel inerte. Cette approximation est plus raisonnable pour le sel combustible que pour l'hastelloy car, dans le sel, le dépôt d'énergie ne se fait pas majoritairement avec les rayonnements gamma et que toutes les autres particules s'arrêtent effectivement dans le sel. Pour le sel inerte, comme nous le voyons dans les courbes, plus le sel est loin du combustible, plus la quantité de puissance absorbée est faible.

Première approche La première approche est de découper le sel inerte avec la même découpe que ce qui a été fait dans les calculs Serpent et, comme pour le sel combustible et l'hastelloy, de prendre une puissance volumique constante dans chaque volume de la géométrie Serpent.

Seconde approche La seconde approche est de prendre une fonction qui tentera de correspondre au mieux à la répartition radiale de la puissance tout en faisant bien attention à ne pas changer la quantité de puissance déposée dans l'ensemble du sel inerte (ne pas créer ou faire disparaître de l'énergie). Cette méthode est utilisée et la fonction qui a été choisie est un polynôme de degré 4 avec uniquement les degrés pairs. Les coefficients du polynôme sont choisis en conservant la puissance déposée dans chaque sous volume de sel inerte définis dans les calculs Serpent.

4.1.4 Etude de sensibilité au maillage

Comme il a été abordé plus haut, les possibilités de maillages sont très nombreuses malgré le critère de stabilité déjà évoqué. Il faut donc vérifier que le schéma de calcul donne les mêmes résultats pour des tailles de maillage différentes. Pour cela nous étudierons deux cas séparés : les évolutions à long terme et les évolutions à court terme. En effet les temps d'évolution caractéristiques en thermique étant très élevés, pour réussir à calculer des évolutions à long terme dans des temps raisonnables, il faut des mailles suffisamment grandes, mais si on veut aussi calculer des évolutions à très court terme tout en restant précis, il faudra réduire la taille du maillage. La variable d'intérêt dans cette étude sera la température maximale de la paroi en hastelloy en fonction du temps. En effet, le but de ces calculs d'évolution de température est de vérifier que la température de la paroi en hastelloy entre les deux sels ne dépasse pas la température de fusion de ce dernier. De plus, dans cette étude, la valeur maximale du facteur d'augmentation de conductivité thermique du sel inerte par convection naturelle sera de 5 pour avoir des temps de calcul raisonnables (si on augmente cette valeur, il faut réduire le pas de temps pour la même taille de maillage). Pour finir, la température du sel combustible en début de vidange sera de 1200K. Un critère de température maximale avant vidange n'étant pas défini, on a choisi cette température pour être dans un cas assez critique, proche de la température de fusion de l'hastelloy.

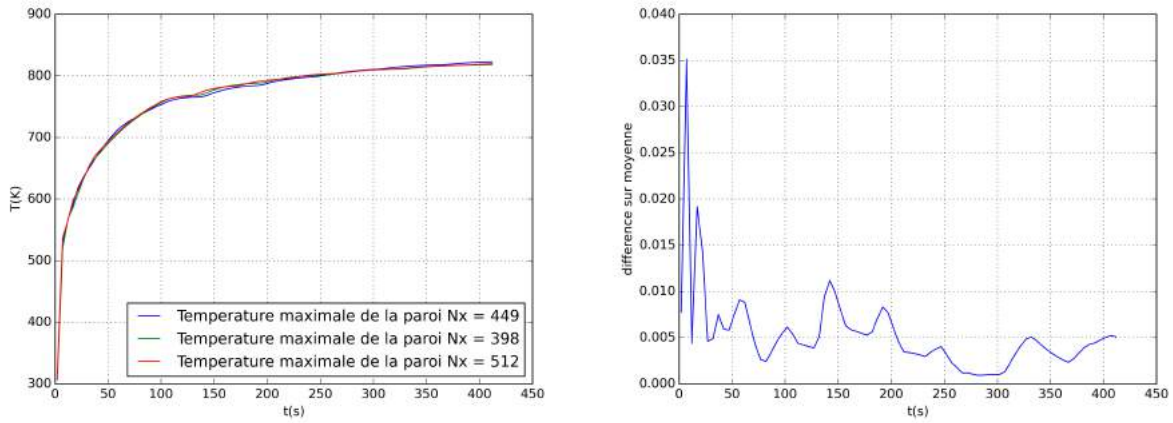


FIGURE 4.2 – Evolution, à court terme, de la température (gauche) et $2\frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}}$ (droite) pour plusieurs tailles de maillage (Nx étant le nombre de mailles radiales)

Commençons par l'évolution à court terme. Pour calculer les déformations de l'hastelloy dans le réservoir de vidange et en déduire les contraintes qui peuvent agir sur le matériau, il faut connaître le profil de température dans le réservoir de vidange. Pour un pas de temps $dt = 10$ ms, le critère de stabilité nous donne une valeur maximale de pas d'espace de :

- $59 \mu m$ pour le sel combustible
- $291 \mu m$ pour l'hastelloy
- $68 \mu m$ pour le sel inerte

Ce qui donne une quantité maximale de mailles radiales $N_{max} = 2N_{H,max} + N_{SI,max} + N_{SC,max}$ avec respectivement N_H , N_{SC} , N_{SI} le nombre de mailles dans l'hastelloy, dans le sel combustible et dans le sel inerte. Ce qui donne :

- $N_{H,max} = 34$
- $N_{SC,max} = 285$
- $N_{SI,max} = 3250$

Donc $N_{max} = 3603$. L'évolution de la température maximale en paroi est affichée dans la Figure 4.2 avec différents choix de nombre de mailles totales radiales. On observe que, pour les différentes tailles de maillage, la différence maximale sur la moyenne de température est de 0.035. On peut donc en conclure que les résultats sont indépendants du maillage utilisé.

Pour l'évolution à long terme, on prendra un pas de temps $dt = 80$ ms pour calculer des temps de l'ordre de la journée. Le nombre maximal de mailles est cette fois de

- $N_{H,max} = 12$
- $N_{SC,max} = 100$
- $N_{SI,max} = 1149$

Les résultats sont donnés sur la Figure 4.3. On observe que les erreurs sont localisées dans la partie court terme et que, dans l'évolution à long terme, l'erreur a tendance à être plus lisse et moins chaotique. L'évolution chaotique à court terme vient probablement de la méthode de remplissage du réservoir de vidange qui se fait par "créneaux" dans les mailles axiales et donc quand la taille des mailles change, le volume de chaque maille change aussi et donc l'évolution de la température à court terme aussi.

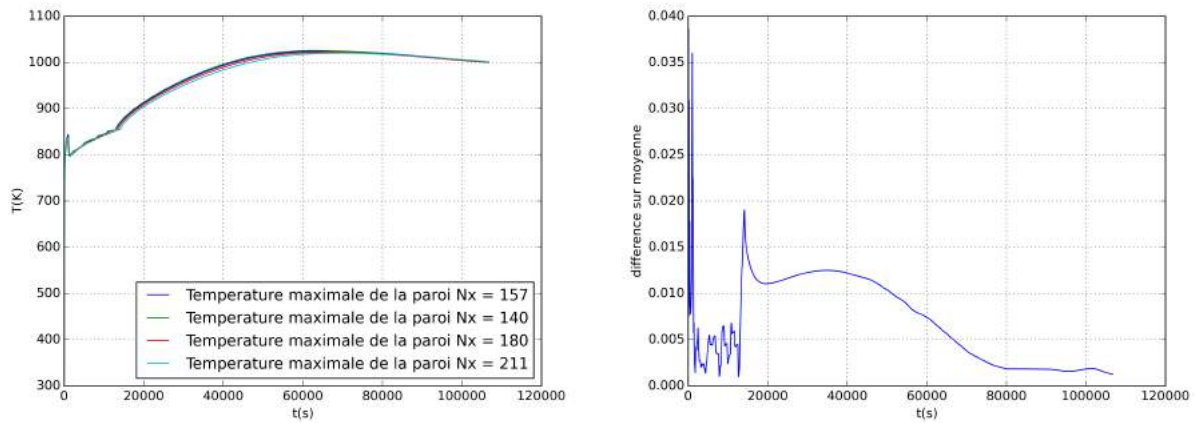


FIGURE 4.3 – Evolution, à long terme, de la température (gauche) et $2\frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max} + T_{min}}$ (droite) pour plusieurs tailles de maillage (N_x étant le nombre de mailles radiales)

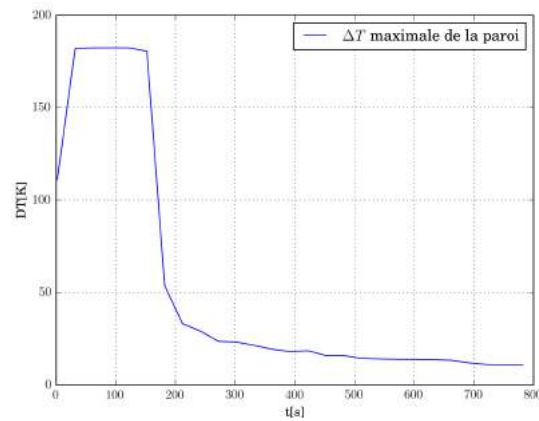


FIGURE 4.4 – Différence maximale de température dans la paroi en hastelloy dans le réservoir de vidange en fonction du temps

4.2 Calcul de la thermo-mécanique

4.2.1 Contexte

Le code de calcul développé dans la partie précédente permet de calculer l'évolution de la température dans tous les matériaux du réservoir de vidange. Il permet donc de calculer le gradient thermique qui apparaît dans la paroi en hastelloy en contact avec le sel combustible. Comme l'hastelloy est un acier ayant une conductivité thermique assez faible, un grand gradient thermique se développe entre ses deux parois. C'est ce que l'on observe dans la Figure 4.4. On observe dans cette figure que le gradient thermique augmente dans le temps jusqu'à atteindre un maximum aux alentours de 175 K puis redescend, car la paroi en contact avec le sel inerte chauffe à son tour. Ce gradient thermique engendre des déformations dans l'hastelloy qui peuvent créer des contraintes suffisantes pour engendrer une déformation plastique ou pour faire rompre le matériau dans le pire des cas. Dans cette partie, nous allons donc nous intéresser aux contraintes qui peuvent intervenir dans les barres de refroidissement pour vérifier si ces dernières résisteront mécaniquement à l'entrée du sel combustible dans le réservoir.

4.2.2 Résultats

Pour calculer les contraintes et les déformations engendrées par un gradient thermique radial dans un tube d'hastelloy assimilé à un cylindre creux non contraint, il faut déterminer les tenseurs de contraintes et de déformations. Par symétrie du problème, ces tenseurs sont des tenseurs diagonaux à trois directions propres

(r, θ, z) . Les calculs pour déterminer ces tenseurs étant un peu longs, ils sont détaillés en Annexe B et nous nous contenterons ici de présenter les résultats du calcul.

En prenant les grandeurs suivantes :

- Température de la paroi interne du cylindre : $T_0 = T_{eq} = 373.15 \text{ K}$
- Température de la paroi externe : $T_1 = T_0 + 500$
- Module d'Young du matériau : $E = 200 \text{ GPa}$
- Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$
- Rayon interne du cylindre : $R = 0.351 \text{ m}$
- Epaisseur du cylindre : $e = 0.01 \text{ m}$
- Dilatabilité thermique : $\alpha = 10.10^{-6} \text{ K}^{-1}$

Il est possible de calculer les contraintes "normalisées" $f_i = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_i$ et les déformations en fonction de la position dans la barre de refroidissement. Cela est affiché sur la Figure 4.5.

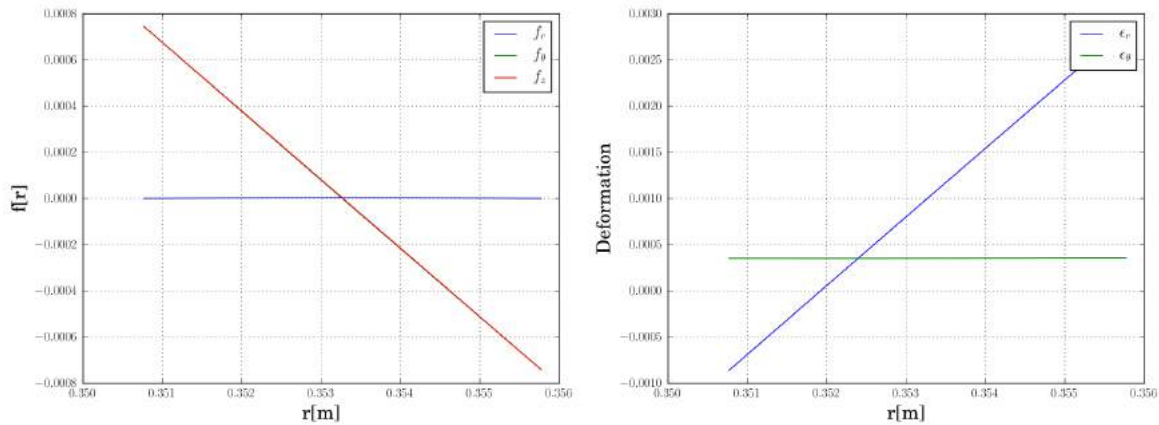


FIGURE 4.5 – Contraintes normalisées à gauche et déformations à droite

Pour éviter la plastification, le critère de Tresca donne $\max_{(i,j) \in \{r,\theta,z\}^2} |\sigma_i - \sigma_j| < \sigma_e$. On obtient avec les courbes précédentes : $\max_{(i,j) \in \{r,\theta,z\}^2} |\sigma_i - \sigma_j| = 280 \text{ MPa}$ alors que la contrainte maximale avant plastification pour les aciers est plutôt aux alentours de 300 à 500 MPa. Donc la contrainte semble être acceptable. Or, ces calculs sont réalisés avec un profil de température linéaire ce qui n'est pas le cas dans notre configuration. En réalité, le profil calculé au moment où l'écart de température entre les deux parois est maximale ressemble à celui de la Figure 4.6 qui est plus proche d'une parabole que d'un profil linéaire. La fonction de fit est un polynôme avec les degrés (0, 2, 4) et le fit a été réalisé avec un algorithme génétique.

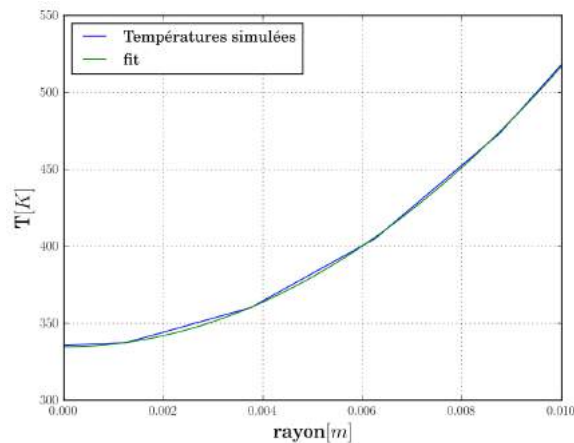


FIGURE 4.6 – Profil de température pour la variation de température maximale aux parois

En utilisant ce profil de température, on peut calculer à nouveau les f_i et ϵ_i que l'on peut voir sur la Figure 4.7.

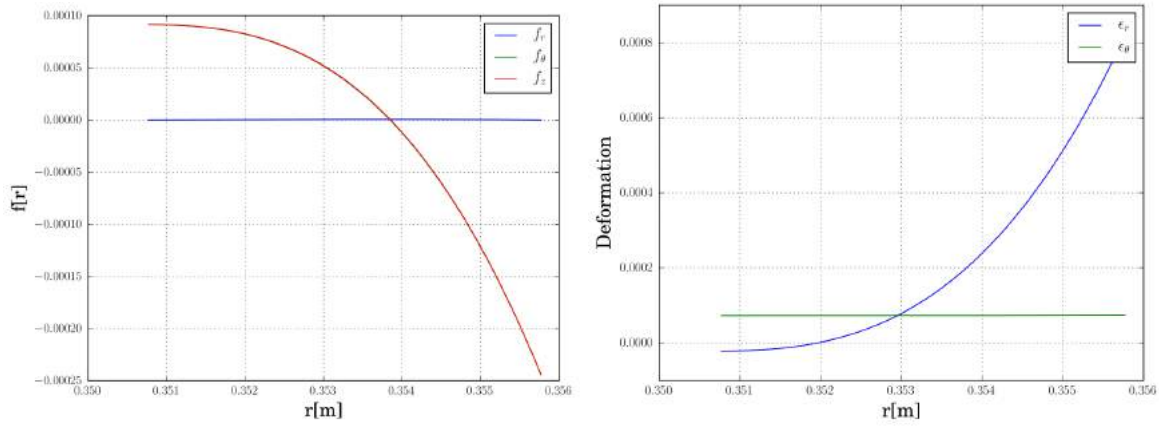
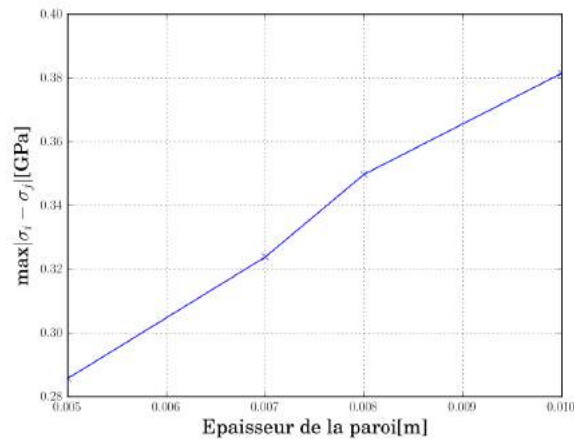


FIGURE 4.7 – Contraintes normalisée à gauche et déformations à droite

On observe que la contrainte maximale est plus élevée que dans le cas linéaire, car le gradient de température est plus fort proche de la paroi en contact avec le sel combustible pour une parabole. Le critère de Tresca donne maintenant : $\max_{(i,j) \in \{r,\theta,z\}^2} |\sigma_i - \sigma_j| = 380 \text{ MPa}$, donc 100 MPa de plus que dans le cas linéaire. Ce qui confirme les doutes sur la tenue mécanique d'une paroi de cette épaisseur.

On peut réaliser ce calcul pour plusieurs tailles de parois et on obtient la courbe tracée sur la Figure 4.8 pour la contrainte en fonction de l'épaisseur de cette paroi. On observe que la contrainte diminue quasiment linéairement avec l'épaisseur et donc que si la contrainte est trop forte en fonction de la limite de plasticité de l'hastelloy, on peut la réduire en réduisant l'épaisseur de la paroi. Cette réduction ne devrait pas poser de problèmes lors de la vidange, car les barres de refroidissement étant pleines de sel inerte solide, la force due à l'entrée du sel combustible dans le réservoir ne devrait pas engendrer de problèmes mécaniques.

FIGURE 4.8 – $\max_{(i,j) \in \{r,\theta,z\}^2} |\sigma_i - \sigma_j|$ en fonction de l'épaisseur

4.2.3 Conclusion

Le calcul simplifié réalisé dans cette partie a permis de montrer que la question de la thermo-mécanique dans le réservoir de vidange n'est pas à négliger. En effet, la différence de température entre le sel combustible et l'hastelloy combinée à leur faible conductivité thermique peut engendrer des problèmes de tenue mécanique des tubes de refroidissement. De plus, la base des tubes de refroidissement n'a pas été étudiée, mais elle est probablement propice à des problèmes de tenue mécanique du réservoir de vidange au même titre que la géométrie hexagonale.

Limites du modèle

Ce calcul est fait avec une géométrie cylindrique simplifiée alors que la géométrie hexagonale est plus sujette à de fortes contraintes dues aux angles. Une autre des hypothèses est que ce profil de température est

appliqué sur la totalité du cylindre, mais en réalité ce profil n'est appliqué que dans une section de la barre de refroidissement. Les sections au-dessus et en dessous sont légèrement plus froides, donc des contraintes de cisaillement viennent se rajouter aux contraintes de traction et de compression. Ces calculs ne permettent pas de conclure quant-à la tenue mécanique des barres de refroidissement mais d'avoir une idée de la tendance d'évolution de ces contraintes et de comment les réduire si des calculs précis montrent qu'elles sont trop grandes.

Partie 5

Conclusion et perspectives

Une étude physique du transitoire de vidange d'urgence du sel combustible du MSFR a été réalisée durant ce stage. Dans un premier temps (cf. section 2), les éléments de design utiles à la modélisation de ce transitoire ont été définis sur la base d'hypothèses simplificatrices : stockage d'énergie dans le sel inerte homogène et évaluation de l'extraction de la chaleur pour une valeur de puissance résiduelle de 15 *MW*. En effet, dans un premier temps, la convection naturelle des différents fluides n'a pas été étudiée en régime transitoire.

L'étude de la vidange a permis de calculer, en postulant des simplifications de la géométrie, la vitesse de vidange du cœur et du remplissage du réservoir de vidange. Dans le cas où le cœur n'est pas pressurisé, le temps de vidange est aux alentours de 200 *s* mais ce temps peut-être beaucoup plus court dans le cas d'un dysfonctionnement imprévu et d'une pressurisation du cœur.

Les hypothèses simplificatrices qui ont permis de définir le design de base du réservoir semblaient fortes dans le cas où la puissance résiduelle serait déposée uniquement dans le sel combustible et que le transport de la chaleur se ferait en conduction thermique uniquement. Mais les calculs de dépôt des photons ont permis de montrer qu'en début de transitoire, une partie non négligeable ($\approx 25\%$ de la puissance) se dépose directement dans les matériaux de structures et le sel inerte. De plus, la convection naturelle dans le sel inerte permet d'accroître le transport de chaleur et de fondre le sel inerte avant d'atteindre la température de fusion de l'hastelloy.

L'étude de la convection naturelle en régime permanent est présentée dans la section 3.5. Cette étude a permis de montrer qu'il était possible d'utiliser la convection naturelle du gaz de l'enceinte réacteur pour évacuer la puissance résiduelle une fois que celle-ci avait suffisamment décru. La quantité à évacuer retenue par hypothèse (15 *MW*) paraît être une valeur acceptable à condition de changer les dimensions du réservoir telles qu'elles avaient été calculées dans la partie 2. Ces calculs ont postulé l'existence d'un échangeur de chaleur permettant de refroidir le gaz présent dans l'enceinte réacteur jusqu'à la température qui sera choisie pour la colonne d'air froide. Cet échangeur devra être dimensionné et modélisé dans le code qui a permis l'analyse globale du transitoire pour englober tous les calculs qui ont été réalisés.

En outre, pour pouvoir prendre en compte les échanges thermiques entre le réservoir de vidange et l'air en convection naturelle, un modèle plus poussé du transport d'énergie dans le sel inerte liquide devra être développé. En effet, le modèle utilisé de la conductivité équivalente permet de prendre en compte correctement l'échange de chaleur entre la paroi chaude et l'ensemble du sel froid, mais ne permet pas d'avoir une information "réaliste" sur la distribution de température dans le sel inerte liquide car pour l'instant les directions de déplacement du sel inerte ne sont pas prises en compte.

Enfin, les calculs de structure réalisés dans la section 4.2 ont engendré d'autres questionnements quant à la sûreté du réservoir de vidange à cause de sa tenue mécanique lors de l'arrivée du sel combustible dans ce dernier. En effet, ils n'ont pas permis de conclure sur la tenue mécanique du réservoir dans une géométrie simplifiée et moins propice aux contraintes que la géométrie hexagonale réelle. Ce point sera analysé dans des travaux futurs prolongeant le stage.

Bibliographie

- [1] D. Gérardin, *Développement de méthodes et d'outils numériques pour l'étude de la sûreté du réacteur à sels fondus MSFR*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2018.
- [2] US DOE Nuclear Energy Research Advisory Committee and the Generation IV International Forum, "A Technology Roadmap for Generation IV Nuclear Energy Systems," *GIF-002-00*, 2002.
- [3] Derek J. Rogers, Toshinobu Yoko, George J. Janz, "Fusion Properties and Heat Capacities of the Eutectic LiF-NaK-KF Melt," *Journal of Chemical and Engineering Data*, 1982.
- [4] M. Brovchenko, *Etudes préliminaires de sûreté du réacteur à sels fondus MSFR*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2013.
- [5] E.A.Guggenheim, "Statistical Thermodynamics of the surface of a regular solution," October 1944.
- [6] G.Janz, G.R.Lakshminarayanan, R.P.T.Tomkins, J.Wong, *Molten Salts : Volume 2. Section 2 surface tension data*. U.S. Department of commerce National bureau of standards, 1969.
- [7] Jaakko Leppänen, Maria Pusa, Tuomas Viitanen, Ville Valtavirta , Toni Kaltiaisenaho, "The Serpent Monte Carlo Code : Status, Development and Applications in 2013," 06 June 2014.
- [8] H.O.Wyckoff, A.Allisy, R.S.Caswell, "Stopping power for Electrons and Positrons," *IRCU Report 37*, 1984.
- [9] Jean Taine, Jean-Pierre Petit, *Transferts thermiques, Mécanique des fluides anisothermes Cours et données de base*. DUNOD, 1995.
- [10] Guillaume Vidalain, Louis Gosselin, Marcel Lacroix, "An enhanced thermal conduction model for the prediction of convection dominated solid-liquid phase change," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 12 May 2008.
- [11] E. Montanet, "Dimensionnement du réservoir de vidange d'urgence du MSFR," *Rapport de stage GTE Grenoble LPSC*, 2017.
- [12] "<https://fr.wikipedia.org/wiki/Air>."
- [13] Incropera and D. Dewitt, *Fundamentals of heat and mass transfer 7th édition*. Editions MIR Moscou, 1979.
- [14] Y. Delannoy, "Grenoble INP / PHELMA cours mécanique des fluides 2e année GEN,"

Annexe A

Calcul du nombre de tubes dans le réservoir de vidange

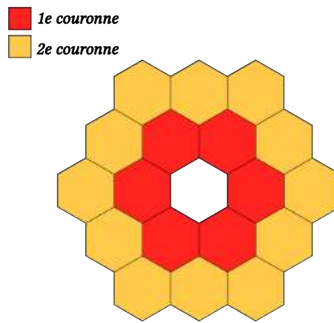


FIGURE A.1 – Schéma du décompte des couronnes

Construisons par récurrence la géométrie du réservoir de vidange avec des hexagones tous de même taille. En plaçant un premier hexagone, on peut placer six hexagones sans laisser de surface. Ceci est la première couronne puis on peut en placer 12 pour former la deuxième couronne...etc. Le but ici va être de calculer le nombre d'hexagones en fonction du nombre de couronnes. Notons $(u_i)_{i \in \mathbb{N}^*}$ la suite qui à chaque indice associe le nombre d'hexagones dans une couronne. Cette suite se définit facilement à l'aide d'une suite arithmétique :

$$\forall i \in \mathbb{N}^*, u_{i+1} = u_i + 6 \quad (\text{A.1})$$

Chaque couronne possède 6 hexagones de plus que la couronne précédente. Or, la première couronne d'indice 1 possède 6 hexagones, $u_1 = 6$. Donc :

$$\forall i \in \mathbb{N}^*, u_i = 6 \times i \quad (\text{A.2})$$

Le nombre d'hexagones entre la première et la couronne numéro $N_c \in \mathbb{N}^*$ est donc :

$$N_H = \sum_{i=1}^{N_c} u_i = 6 \sum_{i=1}^{N_c} i = 3N_c(N_c + 1) \quad (\text{A.3})$$

Le nombre de parois qui ne sont pas en contact avec le sel combustible correspondent au nombre de paroi libre une fois que l'on a construit la couronne numéro N_c auxquelles il faut ajouter les 6 parois qui sont en contact avec l'hexagone central. Chacun des hexagones de cette couronne à deux parois libres sauf ceux sur les angles qui en ont trois. Or, le nombre d'hexagone de la couronne N_c est $6N_c$ donc le nombre de surfaces libres est :

$$N_{SL} = 2 \times 6 \times N_c + 6 + 6 \quad (\text{A.4})$$

Annexe B

Calcul de structure

L'objectif est de calculer le tenseur des contraintes dans une base cylindrique. Par symétrie de rotation et de translation selon l'axe du cylindre (noté z), on prend des tenseurs des contraintes et des déformations tels que :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \text{ Et } \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Avec toutes les composantes ne dépendant que de r par invariance du problème selon z et θ .

En supposant que la thermique est très lente devant la mécanique, on supposera une évolution quasistatique de la mécanique ce qui permet d'écrire :

$$\vec{\text{div}}(\sigma) = \vec{0} \quad (\text{B.2})$$

Ce qui se réécrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

Comme nous nous intéressons au cas de déformation élastique, pour vérifier que le réservoir de vidange reste bien en déformation élastique durant la déformation engendrée par le gradient thermique, le lien entre les deux tenseurs sera donné par la loi de Hooke. De plus, on rajoute dans cette expression $\epsilon_{tot} = \epsilon - \alpha \Delta T(r) \delta_{ij}$ avec δ_{ij} le symbole de Kronecker et $\Delta T(r) = T(r) - T_{eq}$ avec T_{eq} la température du réservoir à l'équilibre avant la vidange (avant déformation). Cette écriture provient du fait que le matériau se comporte comme un matériau élastique à température T_{eq} mais on y ajoute le terme de dilatation thermique dû à l'échauffement par le sel combustible :

$$\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_{ij} = (1 - 2\nu)(\epsilon_{ij} - \alpha \Delta T \delta_{ij}) + \nu(\epsilon_{kk} - 3\alpha \Delta T(r)) \delta_{ij}$$

Ce qui se réécrit :

$$\frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_{ij} = (1 - 2\nu)\epsilon_{ij} + \nu\epsilon_{kk}\delta_{ij} - (1 + \nu)\alpha \Delta T(r)\delta_{ij} \quad (\text{B.4})$$

Ce qui s'écrit sans la notation d'Einstein pour les trois composantes diagonales :

$$\begin{cases} \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_r = (1 - \nu)\epsilon_r + \nu(\epsilon_\theta + \epsilon_z) - (1 + \nu)\alpha \Delta T(r) \\ \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_\theta = (1 - \nu)\epsilon_\theta + \nu(\epsilon_r + \epsilon_z) - (1 + \nu)\alpha \Delta T(r) \\ \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \sigma_z = (1 - \nu)\epsilon_z + \nu(\epsilon_\theta + \epsilon_r) - (1 + \nu)\alpha \Delta T(r) \end{cases}$$

L'objectif du calcul qui va suivre est de calculer l'évolution des contraintes, pour cela on va suivre les étapes suivantes :

- Transformation des déformations en champ de déplacement
- Calcul du champ de déplacement radial
- Calcul de la déformation selon z
- Utilisation des conditions aux limites pour le calcul des contraintes

Expression en fonction du champ de déplacement : En soustrayant les deux équations pour σ_r et σ_θ (σ_{11} et σ_{22}), on peut réécrire dans l'équation de la statique B.3 :

$$\begin{aligned} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}(\sigma_r - \sigma_\theta) &= (1-2\nu)(\epsilon_r - \epsilon_\theta) \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{E}{r(1+\nu)}(\epsilon_r - \epsilon_\theta) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

De plus, l'expression analytique du tenseur des déformations dans l'approximation des petites déformations est donnée par l'expression suivante en fonction du champ de déplacement \vec{u} :

$$\epsilon = \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \otimes \vec{u}^T + \vec{\nabla} \otimes \vec{u}) \quad (\text{B.6})$$

ce qui donne pour les composantes diagonales du tenseur avec $\vec{u} = u_r(r)\vec{e}_r + u_z(z)\vec{e}_z$:

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{du_r}{dr} \\ \epsilon_\theta = \frac{u_r}{r} \\ \epsilon_z = \frac{du_z}{dz} \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

On supposera dans la suite $\forall r \in [R, R+e]$, $\frac{d\epsilon_z}{dr}(r) = 0$. Il n'y a que les deux premières équations qui nous intéressent, en dérivant l'équation de la loi de Hooke pour $(i, j) = (1, 1)$, en réinjectant B.5 et en transformant toutes les composantes du tenseur des déformations par le champ de déplacement, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E}\sigma_r &= (1-\nu)\epsilon_r + \nu(\epsilon_z + \epsilon_\theta) - (1+\nu)\alpha\Delta T(r) \\ \implies \frac{1-2\nu}{r}(\epsilon_r - \epsilon_\theta) + (1-\nu)\frac{d\epsilon_r}{dr} + \nu\left(\frac{d\epsilon_z}{dr} + \frac{d\epsilon_\theta}{dr}\right) - (1+\nu)\alpha\frac{d\Delta T}{dr} &= 0 \\ \implies \frac{1-2\nu}{r}\left(\frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r}\right) + (1-\nu)\frac{d^2u_r}{dr^2} + \nu\left(\frac{1}{r}\frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2}\right) - (1+\nu)\alpha\frac{d\Delta T}{dr} &= 0 \\ \implies \frac{d^2u_r}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r^2} &= \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\frac{d\Delta T}{dr} \end{aligned}$$

Résolution de l'équation homogène : L'ensemble des solutions pour l'équation homogène est obtenu en cherchant des solutions polynomiales de la forme $r \rightarrow r^n$:

$$\begin{aligned} n(n-1)r^{n-2} + nr^{n-2} - r^{n-2} &= 0 \\ \implies n^2 &= 1 \end{aligned}$$

L'ensemble des solutions de l'équation homogène s'écrit : $S_H = \left\{ r \rightarrow C_1r + \frac{C_2}{r} \mid C_1, C_2 \in \mathbb{R} \right\}$.

Solution particulière : Comme écrit dans les hypothèses, on prend $T(r) = T_0 + \frac{T_1 - T_0}{e}(r - R)$. Mais on pourra appliquer la méthode pour n'importe quelle fonction polynomiale. On prend une solution particulière de la forme $SP(r) = Cr^2$, ce qui permet d'écrire :

$$2C + 2C - C = \frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\frac{T_1 - T_0}{e}$$

Donc l'ensemble des solutions de l'équation de u_r est $S_{tot} = \left\{ r \rightarrow C_1r + \frac{C_2}{r} + \frac{1+\nu\alpha T_1 - T_0}{1-\nu} \frac{r^2}{e} \mid C_1, C_2 \in \mathbb{R} \right\}$.

Méthode générale : En réalité, la méthode précédente peut être appliquée quelque soit le degré de la fonction polynomiale de $\frac{1+\nu}{1-\nu}\alpha\frac{d\Delta T}{dr} = \sum_m f_m r^m$, par linéarité de l'équation différentielle, on peut avoir une solution particulière pour chaque élément du polynôme $f_m r^m$ et pour un degré fixé $m \in \mathbb{N}$, on cherche une solution de la forme $r \rightarrow Cr^n$:

$$Cn(n-1)r^{n-2} + Cnr^{n-2} - Cr^{n-2} = f_m r^m$$

Par unicité de la décomposition dans la base canonique d'un polynôme, on obtient les deux équations suivantes, une pour le degré et une pour le coefficient :

$$\begin{cases} n = m + 2 \\ C(n^2 - 1) = f_m \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

Ce qui permet de définir une solution particulière quel que soit le polynôme pour ΔT :

$$SP(r) = \sum_n \frac{f_{n-2}}{n^2 - 1} r^n \quad (\text{B.9})$$

Calcul de la déformation suivant z :

Pour obtenir l'expression des contraintes σ_r et σ_θ , il manque la valeur de ϵ_z et l'expression des deux constantes d'intégration pour réduire l'ensemble des solutions à une seule solution. Or, on a supposé que ϵ_z est constant sur r , on va donc utiliser les conditions suivantes pour les calculer :

- $\int_R^{R+e} \sigma_z r dr = 0$ Résultante des efforts nulle sur l'axe z car le tube peut s'allonger sans contraintes
- $\sigma_r(R) = 0$
- $\sigma_r(R+e) = 0$

Prenons donc $u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{T_1 - T_0}{e} r^2$. En intégrant l'équation de Hooke pour $(i, j) = (3, 3)$ qui s'écrit :

$$\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \sigma_z = (1-\nu)\epsilon_z + \nu \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - (1+\nu)\alpha \Delta T(r)$$

En intégrant cette équation sur une surface orthogonale à l'axe du cylindre, on peut calculer :

$$\begin{aligned} & \int_R^{R+e} \left(\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \sigma_z = (1-\nu)\epsilon_z + \nu \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - (1+\nu)\alpha \Delta T(r) \right) r dr \\ \implies & (1-\nu) \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} \epsilon_z + \nu \int_R^{R+e} \left(2C_1 r + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{T_1 - T_0}{e} r^2 \right) dr = (1+\nu)\alpha \int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr \\ \implies & (1-\nu) \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} \epsilon_z + \nu \left(2C_1 \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{T_1 - T_0}{e} \frac{(R+e)^3 - R^3}{3} \right) = \\ & (1+\nu)\alpha \int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr \\ \implies & (1-\nu) \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} \epsilon_z = (1+\nu)\alpha \int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr - 2\nu C_1 \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} - \nu \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \frac{T_1 - T_0}{e} \frac{(R+e)^3 - R^3}{3} \end{aligned}$$

On peut noter $\epsilon_z = A + BC_1$, avec :

$$\begin{cases} A = 2(1+\nu)\alpha \frac{\int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{T_1 - T_0}{e} \frac{(R+e)^3 - R^3}{3}}{(1-\nu)((R+e)^2 - R^2)} \\ B = \frac{-2\nu}{1-\nu} \end{cases}$$

Méthode générale du calcul de la déformation suivant z :

On reprend les même conditions aux limites que dans le paragraphe précédent mais c'est la forme de u_r qui va changer : $u_r = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} SP(r)$ En intégrant à nouveau la loi de Hooke sur une surface :

$$\begin{aligned} & \int_R^{R+e} \left(\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E} \sigma_z = (1-\nu)\epsilon_z + \nu \left(\frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} \right) - (1+\nu)\alpha \Delta T(r) \right) r dr \\ \implies & (1-\nu) \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} \epsilon_z + \nu \int_R^{R+e} \left(2C_1 r + \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \left(r \frac{dSP}{dr}(r) + SP(r) \right) \right) dr = (1+\nu)\alpha \int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr \\ & \implies (1-\nu) \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} \epsilon_z = \\ & (1+\nu)\alpha \int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr - 2\nu C_1 \frac{(R+e)^2 - R^2}{2} - \nu \alpha \frac{1+\nu}{1-\nu} \int_R^{R+e} \left(r \frac{dSP}{dr}(r) + SP(r) \right) dr \\ \implies & \begin{cases} A = 2(1+\nu)\alpha \frac{\int_R^{R+e} \Delta T(r) r dr - \frac{\nu}{1-\nu} \int_R^{R+e} \left(r \frac{dSP}{dr}(r) + SP(r) \right) dr}{(1-\nu)((R+e)^2 - R^2)} \\ B = \frac{-2\nu}{1-\nu} \end{cases} \end{aligned}$$

Détermination des constantes : Maintenant que l'on a exprimé ϵ_z en fonction de C_1 , il reste à déterminer la valeur des deux constantes C_1 et C_2 . Donc en utilisant les conditions aux limites sur σ_r , on en déduit le système matriciel suivant pour les calculer :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 0 = (1-\nu) \frac{du_r}{dr}(R) + \nu \left(\epsilon_z + \frac{u_r(R)}{R} \right) - (1+\nu)\alpha \Delta T(R) \\ 0 = (1-\nu) \frac{du_r}{dr}(R+e) + \nu \left(\epsilon_z + \frac{u_r(R+e)}{R+e} \right) - (1+\nu)\alpha \Delta T(R+e) \end{cases} \\ & \implies \\ & \begin{cases} (1-\nu) \left(C_1 - \frac{C_2}{R^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{2\alpha T_1 - T_0}{3e} R \right) + \nu \left(A + BC_1 + C_1 + \frac{C_2}{R^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} R \right) = (1+\nu)\alpha \Delta T(R) \\ (1-\nu) \left(C_1 - \frac{C_2}{(R+e)^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{2\alpha T_1 - T_0}{3e} (R+e) \right) \\ + \nu \left(A + BC_1 + C_1 + \frac{C_2}{(R+e)^2} + \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} (R+e) \right) = (1+\nu)\alpha \Delta T(R+e) \end{cases} \\ & \implies \begin{cases} A\nu + (1+B\nu)C_1 - \frac{2\nu-1}{R^2}C_2 + (2-\nu) \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} R = (1+\nu)\alpha \Delta T(R) \\ A\nu + (1+B\nu)C_1 - \frac{2\nu-1}{(R+e)^2}C_2 + (2-\nu) \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} (R+e) = (1+\nu)\alpha \Delta T(R+e) \end{cases} \\ & \implies MC = D \end{aligned}$$

Avec :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{2\nu-1}{R^2} & 1+B\nu \\ \frac{2\nu-1}{(R+e)^2} & 1+B\nu \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_2 \\ C_1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} (1+\nu)\alpha \Delta T(R) - A\nu - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} R(2-\nu) \\ (1+\nu)\alpha \Delta T(R+e) - A\nu - \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha T_1 - T_0}{3e} (R+e)(2-\nu) \end{pmatrix}$$

Ce système matriciel permet de calculer les constantes d'intégration C_1 et C_2 et d'en déduire les expressions des contraintes de la loi de Hooke.

Expression générale de la détermination des constantes : Les mêmes conditions aux limites sur σ_r sont utilisées :

$$\begin{cases} 0 = (1 - \nu) \frac{du_r}{dr}(R) + \nu \left(\epsilon_z + \frac{u_r(R)}{R} \right) - (1 + \nu) \alpha \Delta T(R) \\ 0 = (1 - \nu) \frac{du_r}{dr}(R + e) + \nu \left(\epsilon_z + \frac{u_r(R + e)}{R + e} \right) - (1 + \nu) \alpha \Delta T(R + e) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (1 - \nu) \left(C_1 - \frac{C_2}{R^2} + \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{dSP}{dr}(R) \right) + \nu \left(A + BC_1 + C_1 + \frac{C_2}{R^2} + \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R)}{R} \right) = (1 + \nu) \alpha \Delta T(R) \\ (1 - \nu) \left(C_1 - \frac{C_2}{(R + e)^2} + \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{dSP}{dr}(R + e) \right) + \nu \left(A + BC_1 + C_1 + \frac{C_2}{(R + e)^2} + \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R + e)}{R + e} \right) = (1 + \nu) \alpha \Delta T(R + e) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A\nu + (1 + B\nu)C_1 - \frac{2\nu - 1}{R^2}C_2 + \alpha(1 + \nu) \frac{dSP}{dr}(R) + \alpha\nu \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R)}{R} = (1 + \nu) \alpha \Delta T(R) \\ A\nu + (1 + B\nu)C_1 - \frac{2\nu - 1}{(R + e)^2}C_2 + \alpha(1 + \nu) \frac{dSP}{dr}(R + e) + \alpha\nu \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R + e)}{R + e} = (1 + \nu) \alpha \Delta T(R + e) \end{cases}$$

$$\Rightarrow MC = D$$

Avec :

$$M = \begin{pmatrix} \frac{2\nu - 1}{R^2} & 1 + B\nu \\ \frac{2\nu - 1}{(R + e)^2} & 1 + B\nu \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_2 \\ C_1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} (1 + \nu) \alpha \Delta T(R) - A\nu - \alpha(1 + \nu) \frac{dSP}{dr}(R) - \alpha\nu \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R)}{R} \\ (1 + \nu) \alpha \Delta T(R + e) - A\nu - \alpha(1 + \nu) \frac{dSP}{dr}(R + e) - \alpha\nu \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{SP(R + e)}{R + e} \end{pmatrix}$$

Ce système matriciel permet de calculer les constantes d'intégration C_1 et C_2 et d'en déduire les expressions des contraintes de la loi de Hooke.

Annexe C

Calculs thermique

C.1 Température des ailettes

Plaçons-nous à une hauteur z d'une des ailettes et supposons que le vecteur de densité de courant de chaleur \vec{j} est orienté selon e_x , vers le centre du tube et qu'il ne dépend que de la variable x .

Dans un petit rectangle de volume $dx \times e \times dz$ comme le montre la Figure C.1, un bilan d'enthalpie en régime permanent donne :

$$\sum_{i \in \text{surfaces}} \vec{j}_i \cdot d\vec{S} = 0 \implies j(x+dx, z)e = j(x, z)e - 2j_{\text{conv}}(x, z)dx \implies \frac{\partial j}{\partial x}e = -2j_{\text{conv}} \quad (\text{C.1})$$

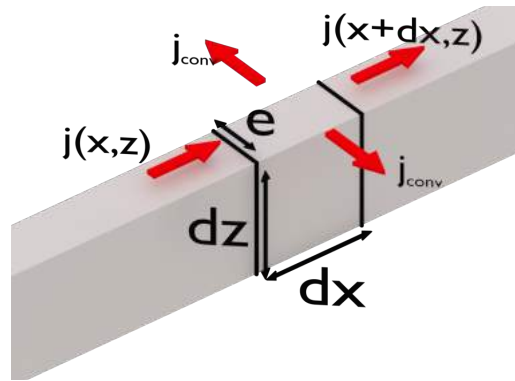


FIGURE C.1 – Schéma local

Ce qui peut se réécrire avec les expressions des différents courants :

$$L_c^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = T(x, z) - T_g(z) \quad (\text{C.2})$$

Notons :

$$\begin{cases} L_c^2 = \frac{ke}{2h(z)} \\ k : \text{conductivité thermique de l'ailette} \\ \theta(x, z) = T(x, z) - T_g(z) \end{cases}$$

Les solutions de cette équation s'écrivent donc :

$$\theta(x, z) = A(z)e^{\frac{x}{L_c}} + B(z)e^{-\frac{x}{L_c}}$$

Les conditions aux limites du problème sont :

$$\begin{cases} -k \frac{\partial \theta}{\partial x}(0, z) = \phi \\ -k \frac{\partial \theta}{\partial x}(L, z) = h\theta(L, z) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & \begin{cases} \frac{A}{L_c} - \frac{B}{L_c} = -\frac{\phi}{k} \\ \frac{A}{L_c} e^{-\frac{L}{L_c}} - \frac{B}{L_c} e^{-\frac{L}{L_c}} = -\frac{h}{k} (A e^{-\frac{L}{L_c}} + B e^{-\frac{L}{L_c}}) \end{cases} \\ \Rightarrow & \begin{cases} A - B = -L_c \frac{\phi}{k} \\ A(1 + \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} - B(1 - \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

On peut transformer ce système d'équations linéaires en une équation matricielle :

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ (1 + \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} & -(1 - \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -L_c \frac{\phi}{k} \\ 0 \end{pmatrix}$$

Le déterminant de la matrice 2x2 se calcule comme il suit :

$$\begin{aligned} \det &= -(1 - \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} + (1 + \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} = 2 \left(\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right) \right) \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} &= \frac{1}{2 \left(\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right) \right)} \begin{pmatrix} -(1 - \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} & 1 \\ -(1 + \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -L_c \frac{\phi}{k} \\ 0 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} &= \frac{\frac{\phi L_c}{k}}{2 \left(\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right) \right)} \begin{pmatrix} (1 - \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} \\ (1 + \frac{hL_c}{k}) e^{-\frac{L}{L_c}} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En reprenant l'équation de θ :

$$\begin{aligned} \theta(x, z) &= A(z) e^{\frac{x}{L_c}} + B(z) e^{-\frac{x}{L_c}} \\ \Rightarrow \theta(x, z) &= \frac{\phi L_c}{2k} \frac{1}{\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)} \left((1 - \frac{hL_c}{k}) e^{\frac{x-L}{L_c}} + (1 + \frac{hL_c}{k}) e^{\frac{L-x}{L_c}} \right) \\ \Rightarrow \theta(x, z) &= \frac{\phi L_c}{k} \frac{\cosh\left(\frac{x-L}{L_c}\right) + \frac{hL_c}{k} \sinh\left(\frac{L-x}{L_c}\right)}{\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)} \end{aligned}$$

C.2 Température radiale de la paroi

La température de la paroi entre deux ailettes n'est pas constante radialement parlant. Le but va donc être de déterminer la température radiale de cette paroi en hastelloy. Notons :

- e_c : L'épaisseur de la paroi d'Hastelloy
- r : Rayon intérieur du cylindre creux
- e : L'épaisseur des ailettes
- $\psi_a = \frac{2\pi r - N_a e}{2N_a r}$: le demi angle entre deux ailettes

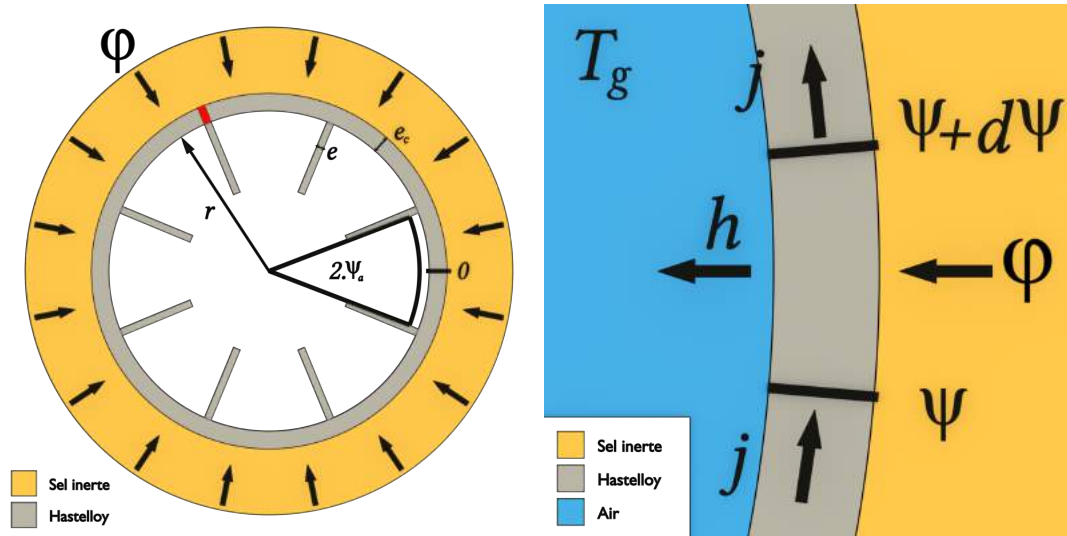


FIGURE C.2 – Schéma d'un tube de refroidissement focalisé sur les ailettes et la paroi en Hastelloy (gauche) et bilan sur un élément de volume radial (droite)

- j : Le vecteur densité de flux radial
- H : La hauteur du tube de refroidissement
- ϕ : La puissance surfacique radiale entrant dans la paroi en Hastelloy uniforme sur r

Voir Figure C.2 pour un schéma du système. L'origine des angles $\psi = 0$ est choisie entre deux ailettes. Sur une tranche infinitésimale de paroi entre ψ et $\psi + d\psi$, on suppose la température constante dans cette tranche radialement et on écrit la conservation du flux (voir Figure C.2) :

$$j(\psi + d\psi)e_c H = j(\psi)e_c H + \phi \times (r + e_c)d\psi H - h(T(\psi) - T_g)r H d\psi \quad (C.3)$$

$$\implies \frac{dj}{d\psi}(\psi)e_c = \phi \times (r + e_c) - h(T(\psi) - T_g)r$$

Or, d'après la loi de Fourier, on peut écrire : $j = -\frac{k}{r + \frac{e_c}{2}} \frac{dT}{d\psi}$ et donc :

$$\implies \frac{k}{r + \frac{e_c}{2}} \frac{d^2 T}{d\psi^2}(\psi)e_c = -\phi \times (r + e_c) + h(T(\psi) - T_g)r$$

$$\implies \frac{d^2 T}{d\psi^2}(\psi) = -\phi \frac{(r + \frac{e_c}{2})(r + e_c)}{ke_c} + (T(\psi) - T_g) \frac{h(r + \frac{e_c}{2})r}{ke_c}$$

Notons $\tau(\psi) = T(\psi) - T_g$, $A^2 = \frac{h(r + \frac{e_c}{2})r}{ke_c}$:

$$\implies \frac{d^2 \tau}{d\psi^2}(\psi) = -\phi \frac{(r + \frac{e_c}{2})(r + e_c)}{ke_c} + A^2 \tau$$

L'expression de τ est donc :

$$\tau = C_1 e^{A\psi} + C_2 e^{-A\psi} + \phi \frac{(r + e_c)}{hr} \quad (C.4)$$

Or, l'origine des angles $\psi = 0$ est prise entre deux ailettes donc la fonction τ est paire par symétrie, ce qui permet de se débarrasser d'une inconnue et d'écrire :

$$\tau = C \cosh(A\psi) + \phi \frac{(r + e_c)}{hr} \quad (C.5)$$

Dans le volume derrière l'ailette (Zone rouge sur la Figure C.2), on peut écrire un bilan de flux de chaleur :

$$\gamma\phi eH = 2j(\psi_a)e_cH + \phi eH$$

A $\gamma\phi$ la densité de flux de chaleur entrant dans l'ailette.

$$\Rightarrow (\gamma - 1)\phi \frac{e}{e_c} = -2 \frac{k}{\left(r + \frac{e_c}{2}\right)} \frac{d\tau}{d\psi}(\psi_a)$$

$$\Rightarrow -(\gamma - 1) \frac{\left(r + \frac{e_c}{2}\right)}{2k} \phi \frac{e}{e_c} = \frac{d\tau}{d\psi}(\psi_a) = CA \sinh(A\psi_a)$$

$$\Rightarrow C = -(\gamma - 1) \frac{r + \frac{e_c}{2}}{2kA \sinh(A\psi_a)} \phi \frac{e}{e_c}$$

Pour déterminer la valeur de γ , on peut approximer $\tau(\psi_a) = \theta(0)$, ce qui permet d'écrire :

$$C \cosh(A\psi_a) + \phi \frac{(r + e_c)}{hr} = \frac{\gamma\phi L_c}{k} \frac{\cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \frac{hL_c}{k} \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)}{\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)}$$

$$\Rightarrow -(\gamma - 1) \frac{r + \frac{e_c}{2}}{2kA \tanh(A\psi_a)} \frac{e}{e_c} + \frac{(r + e_c)}{hr} = \frac{\gamma L_c}{k} \frac{\cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \frac{hL_c}{k} \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)}{\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)}$$

$$\Rightarrow \gamma \left(\frac{r + \frac{e_c}{2}}{2kA \tanh(A\psi_a)} \frac{e}{e_c} + \frac{L_c}{k} \frac{\cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \frac{hL_c}{k} \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)}{\frac{hL_c}{k} \cosh\left(\frac{L}{L_c}\right) + \sinh\left(\frac{L}{L_c}\right)} \right) = \frac{(r + e_c)}{hr} + \frac{r + \frac{e_c}{2}}{2kA \tanh(A\psi_a)} \frac{e}{e_c}$$

La fonction τ est représentée sur la Figure C.3 au milieu d'une barre de refroidissement avec :

- $e = 0.01 \text{ m}$
- $e_c = 0.01 \text{ m}$
- $H = 3 \text{ m}$
- $N_a = 8$
- $r = 0.15 \text{ m}$
- Hauteur de l'enceinte réacteur 20 m
- $T_f = 350 \text{ K}$
- Longueur des ailettes 5 cm

ce qui engendre :

- $h = 34.7 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
- $v_e = 6.23 \text{ m.s}^{-1}$

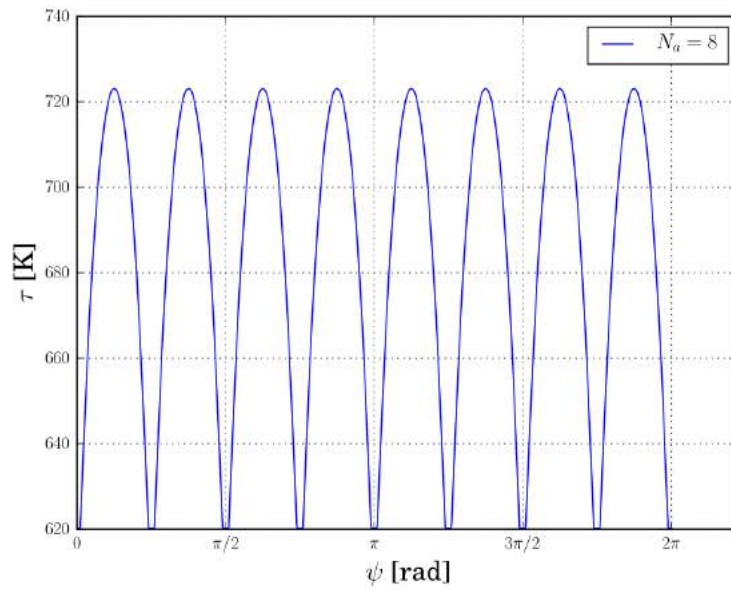


FIGURE C.3 – Différence de température entre la température de la paroi en hastelloy et la température de l'air en fonction de l'angle dans la barre de refroidissement

On observe sur ce tracé que l'écart de température entre l'entrée des ailettes et le milieu de la zone-inter ailette atteint des valeurs assez élevées de l'ordre de la centaine de Kelvins. Cet écart de température pourrait être réduit avec un matériau meilleur conducteur que l'hastelloy.

Annexe D

Calculs du critère de stabilité

D.1 Expression matricielle des schémas de Runge-Kutta

Le schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 s'écrit comme il suit :

$$T(\vec{r}, t + dt) = T(\vec{r}, t) + \frac{dt}{6}(c_1 + 2c_2 + 2c_3 + c_4) \text{ Avec } \begin{cases} c_1 = f(t, T) \\ c_2 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_1\right) \\ c_3 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_2\right) \\ c_4 = f(t + dt, T + dt.c_3) \end{cases} \quad (\text{D.1})$$

Supposons que le champ de température discrétisé en espace soit, à chaque instant t_N rangé dans un vecteur colonne $T^N \in M_{n,1}(\mathbb{R})$ et que la fonction f soit linéaire en chaque valeur du champ de température. Ce qui est le cas si on suppose que les grandeurs physiques sont indépendantes de la température. Cette fonction peut donc se réécrire comme une matrice $A \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ tel que :

$$f(t_N, T^N) = A \times T^N \quad (\text{D.2})$$

Cette matrice peut s'écrire dans un cas cartésien :

$$A = -\alpha M \text{ Avec : } \alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p dx^2} \text{ et } M = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{D.3})$$

Ce qui permet donc de réécrire :

$$\begin{cases} c_1 = f(t, T) \\ c_2 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_1\right) \\ c_3 = f\left(t + \frac{dt}{2}, T + \frac{dt}{2}c_2\right) \\ c_4 = f(t + dt, T + dt.c_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = AT^N \\ c_2 = A\left(T^N + \frac{dt}{2}AT^N\right) \\ c_3 = A\left(T^N + \frac{dt}{2}c_2\right) \\ c_4 = A(T^N + dt.c_3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow \begin{cases} c_1 = AT^N \\ c_2 = \left(A + \frac{dt}{2}A^2 \right) T^N \\ c_3 = \left(A + \frac{dt}{2}A^2 + \left(\frac{dt}{2} \right)^2 A^3 \right) T^N \\ c_4 = \left(A + dt.A^2 + \frac{dt^2}{2}A^3 + \frac{dt^3}{4}A^4 \right) T^N \end{cases} \\ & \Rightarrow T^{N+1} = T^N + \frac{dt}{6}(c_1 + 2c_2 + 2c_3 + c_4) = \left(I + dt \times A + \frac{1}{2}dt^2 A^2 + \frac{1}{6}dt^3 A^3 + \frac{1}{24}dt^4 A^4 \right) T^N \end{aligned}$$

On reconnaît le développement limité de l'exponentielle de la matrice $A \times dt$, en effet le problème s'écrit $\frac{d}{dt}T^N = A \times T^N$ donc la résolution analytique du problème s'écrit $T^{N+1} = e^{A \times dt} T^N$ ce qui explique cette formulation. Posons $a = dt \times \alpha$, ce qui permet d'écrire en reprenant $A = -\alpha M$:

$$T^{N+1} = \left(I - aM + \frac{1}{2}a^2M^2 - \frac{1}{6}a^3M^3 + \frac{1}{24}a^4M^4 \right) T^N \quad (\text{D.4})$$

Le but maintenant va être de trouver les valeurs propres de la matrice $B = I - aM + \frac{1}{2}a^2M^2 - \frac{1}{6}a^3M^3 + \frac{1}{24}a^4M^4$.

D.2 Valeurs Propres de la matrice M

Reprenons la matrice $M \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ définie précédemment. Rechercher les valeurs propres de M revient à chercher des réels et des vecteurs tel que :

$$MX = \lambda X \text{ avec : } \lambda \in \mathbb{R}, X \in M_{n,1}(\mathbb{R})$$

En notant : $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$, on peut réécrire cette condition comme :

$$\begin{cases} -x_2 = (\lambda - 2)x_1 \\ \forall k \in \{2, \dots, n-1\}, -x_{k+1} + (2 - \lambda)x_k - x_{k-1} = 0 \\ -x_{n-1} = (\lambda - 2)x_n \end{cases}$$

En posant $x_0 = x_{n+1} = 0$, on peut généraliser $\forall k \in \{1, \dots, d-1\}, -x_{k+1} + (2 - \lambda)x_k - x_{k-1} = 0$

Le polynôme caractéristique de cette relation de récurrence sur $(x_k)_{k \in \{1, \dots, d-1\}}$ est donc : $-X^2 + (2 - \lambda)X - 1$ et on va donc chercher les racines de ce polynôme. Le discriminant de ce polynôme s'écrit :

$$\Delta = (2 - \lambda)^2 - 4$$

1^e cas : Si $\lambda \in]-\infty, 0[\cup]4, \infty[$, $\Delta > 0$. Les deux racines du polynôme caractéristique sont donc :

$$x_{\pm} = -\frac{\lambda - 2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\lambda - 2}{2}\right)^2 - 1}$$

On peut donc écrire la suite des $(x_k)_{k \in \{1, \dots, n-1\}}$:

$$\exists \gamma_+, \gamma_- \in \mathbb{R} \text{ tq } \forall k \in \{0, \dots, n+1\}, x_k = \gamma_+ x_+^k + \gamma_- x_-^k$$

Or, on a défini $x_0 = x_{n+1} = 0$ donc :

$$\begin{cases} \gamma_+ + \gamma_- = 0 \\ \gamma_+ (x_+^{n+1} - x_-^{n+1}) = 0 \end{cases}$$

Donc soit $\gamma_+ = \gamma_- = 0$ ce qui définit la suite nulle ce qui n'est pas acceptable pour la définition d'un vecteur

propre donc il faut $x_+^{n+1} = x_-^{n+1} \Rightarrow \left(-\frac{\lambda - 2}{2} + \sqrt{\left(\frac{\lambda - 2}{2}\right)^2 - 1} \right)^{n+1} = \left(-\frac{\lambda - 2}{2} - \sqrt{\left(\frac{\lambda - 2}{2}\right)^2 - 1} \right)^{n+1}$.

Si n est pair, $\frac{\lambda - 2}{2} = \pm 1$ donc $\lambda \in \{0, 4\}$ ce qui est interdit pour avoir $\Delta > 0$. De même, si n est impair, une possibilité s'ajoute à la précédente qui est $\lambda = 2$ qui est aussi impossible. Donc $\Delta > 0$ n'est pas possible.

2^e cas : Si $\lambda \in \{0, 4\}$, le discriminant du polynôme caractéristique est nulle et donc la suite $(x_k)_{k \in \{1, \dots, d-1\}}$ s'écrit :

$$\exists \gamma_+, \gamma_- \in \mathbb{R} \text{ tq } \forall k \in \{0, \dots, n+1\}, x_k = (\gamma_+ + k\gamma_-)x_{\pm}^k$$

Avec x_{\pm} la racine double du polynôme caractéristique. Or les conditions sur x_0 et x_{n+1} définissent à nouveau la suite nulle donc il ne peut pas y avoir de solutions acceptables pour $\lambda \in \{0, 4\}$.

3^e cas : $\lambda \in]0, 4[$ cette fois $\Delta < 0$. D'après les valeurs possiblement prises par λ , on peut le réécrire : $\exists \theta \in [0, 2\pi[$ tq $\lambda = 2 - 2 \cos \theta$ ce qui permet de réécrire le polynôme caractéristique : $-(X^2 - \cos \theta X + 1)$. Les racines de ce polynôme sont : $x_{\pm} = e^{\pm i\theta}$ et donc la suite $(x_k)_{k \in \{1, \dots, d-1\}}$ peut s'écrire :

$$\exists \gamma_+, \gamma_- \in \mathbb{R} \text{ tq } \forall k \in \{0, \dots, n+1\}, x_k = \gamma_+ e^{ik\theta} + \gamma_- e^{-ik\theta}$$

Les deux conditions donnent :

$$\begin{cases} \gamma_+ + \gamma_- = 0 \\ \gamma_+ (\sin((n+1)\theta)) = 0 \end{cases}$$

Donc dans l'ensemble des solutions acceptables, il y en a n possibles différentes : $\theta = \frac{k\pi}{n+1}$ avec $k \in \{1, \dots, n\}$.

Le spectre de la matrice M est donc : $Sp(M) = \{2 - 2 \cos \frac{k\pi}{n+1} | k \in \{1, \dots, n\}\}$ que l'on peut réécrire :

$$Sp(M) = \{4 \sin^2 \frac{k\pi}{2(n+1)} | k \in \{1, \dots, n\}\}$$

D.3 Critère de stabilité

Tous les sous-espaces propres de la matrice $M \in M_{n,n}(\mathbb{R})$ sont aussi des sous-espaces propres pour chaque matrices M^m avec $m \in \mathbb{N}^*$. Or, $Card(Sp(M)) = n$ donc les sous-espaces propres des matrices M^m avec $m \in \mathbb{N}^*$ sont les sous-espaces propres de M (il n'y a pas plus de sous-espaces propres ni moins). Donc, les valeurs propres de $B = I - aM + \frac{1}{2}a^2M^2 - \frac{1}{6}a^3M^3 + \frac{1}{24}a^4M^4$ peuvent s'écrire :

$$1 - a\lambda_k + \frac{1}{2}a^2\lambda_k^2 - \frac{1}{6}a^3\lambda_k^3 + \frac{1}{24}a^4\lambda_k^4 \text{ Avec : } \lambda_k \in Sp(M) \quad (\text{D.5})$$

Or, $\forall k \in \{1, \dots, n\}, \lambda_k = 4 \sin^2 \frac{k\pi}{2(n+1)}$. Notons $x_k = \sin \frac{k\pi}{2(n+1)}$. Pour que le schéma soit stable, il faut que chaque valeur propre ai une norme inférieure à 1. Ce critère peut se réécrire :

$$\frac{1}{2} > ax_k^2 - 2a^2x_k^4 + \frac{8}{3}a^3x_k^6 - \frac{8}{3}a^4x_k^8 > 0 \quad (\text{D.6})$$

La forme de la fonction $f : x \rightarrow x^2(1 - 2x^2 + \frac{8}{3}x^4 - \frac{8}{3}x^6)$ est affichée sur la Figure D.1.

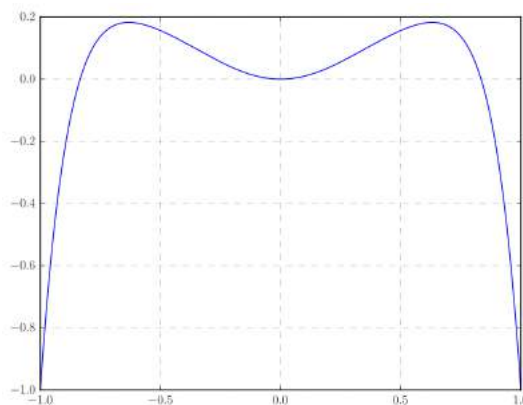


FIGURE D.1 – valeur de la fonction de stabilité du schéma Runge Kutta d'ordre 4

L'encadrement de cette fonction entre 0 et $\frac{1}{2}$ est vérifié pour $0 < \sqrt{a}|x_k| < 0.83446$ or x_k est borné entre -1 et 1 donc le critère de stabilité peut s'écrire :

$$0 < \sqrt{a} < 0.83446 \implies 0 < \frac{\lambda dt}{\rho C_p dx^2} < 0.6963 \quad (\text{D.7})$$

☒

Résumé

Les travaux réalisés durant ce stage ont permis d'étudier certains phénomènes physiques entrant en jeu dans la vidange de l'EDS et de l'évolution thermique du réservoir de vidange du MSFR. Des phénomènes allant du dépôt de la puissance résiduelle dans les différents matériaux à la convection naturelle du gaz de refroidissement ont été étudiés pour affiner les connaissances sur l'évolution thermique du réservoir de vidange lors d'un accident. L'étude de l'évacuation de la température a permis de revenir sur certains points du design calculé au début du rapport. Les études de la convection naturelle du sel inerte liquide et du dépôt d'énergie gamma ont montré que la chaleur émise par le sel combustible peut-être transportée efficacement dans le sel inerte. Ces phénomènes sont très importants dans la modélisation thermique du réservoir de vidange et les négliger pourrai engendrer un sur-dimensionnement de l'évacuation de la puissance résiduelle et donc des coûts de fabrication bien supérieurs à ce qui est nécessaire. Le choix de la convection naturelle permet d'accroître la sûreté de l'installation en cas accidentel, mais doit être prévu dans le design. Sa mise en place impose des contraintes plus fortes que pour un refroidissement à l'eau en convection forcée par exemple.

Abstract

This internship focuses on the study of certain physical phenomena involved in the draining of the EDS and the thermal evolution of the MSFR draining tank. In order to improve the knowledge of the thermal evolution of the discharge tank during an accident, phenomena ranging from the deposition of residual power in the various materials to the natural convection of the cooling gas have been studied. The study of the decay heat removal made it possible to return to certain points of the design calculated at the beginning of the report. Studies of the natural convection of liquid inert salt and gamma energy deposition have shown that the heat emitted by the combustible salt can be efficiently stored in the inert salt. These phenomena are very important in the thermal modelling of the emptying tank, neglecting them could lead to an over-dimension of the evacuation of the residual power and therefore to manufacturing costs much higher than necessary. The choice of natural convection enables to increase the safety of the reactor in case of an accident, but must be favored by the design. Its implementation imposes greater constraints than for water cooling in forced convection, for example.